

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANČÍ

Sestavení optimálního portfolia finančních aktiv

Construction of optimal financial assets portfolio

Student: Bc. Tereza Holomková

Vedoucí diplomové práce: Ing. Jiří Valecký, PhD.

Ostrava 2010

„Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou práci včetně všech příloh vypracovala samostatně.
Přílohu č.1 danou mi k dispozici, jsem samostatně doplnila.“

V Ostravě dne 30. dubna 2010

Podpis

Poděkování

Děkuji panu Ing. Jiřímu Valeckému, PhD. za jeho připomínky, rady a odbornou pomoc při zpracování diplomové práce.

Obsah

1. Úvod.....	2
2. CHARAKTERISTIKA FINANČNÍCH AKTIV	3
2.1 Finanční aktiva	3
2.1.1 Akcie	3
2.1.2 Dluhopisy	5
2.1.3 Finanční deriváty	6
2.2 Charakteristiky finančních aktiv	8
2.3 Stochastické procesy cen finančních aktiv	10
2.3.1 Charakteristika procesů	10
2.3.2 Simulace ceny aktiva.....	14
2.3.3 Simulace hodnoty portfolia	15
3. METODY TVORBY A SPRÁVY PORTFOLIA	17
3.1 Investiční proces.....	17
3.2 Tvorba optimálního portfolia	18
3.2.1 Modely tvorby portfolia akcií	19
3.2.1.1 Tvorba efektivní množiny	22
3.2.2.2 Tvorba optimálního portfolia	26
3.2.3 Transakční náklady.....	29
3.3 Řízení portfolia.....	32
4. TVORBA A ŘÍZENÍ OPTIMÁLNÍHO PORTFOLIA	34
4.1 Charakteristika vstupních informací	34
4.2 Predikce charakteristik aktiv	40
4.2.1 Volba vhodného modelu	40
4.2.2 Simulace náhodného vývoje kurzů akcií.....	41
4.3 Sestavení optimálního portfolia	47
4.3.1 Postup sestavení portfolia.....	48
4.4 Revize portfolia	50
4.4.1 Postup sestavení portfolia se zahrnutím transakčních nákladů	50
4.5 Shrnutí výsledků.....	56
4.5.1 Navržená strategie	56
4.5.2 Skutečné hodnoty	59
5. Závěr.....	61
Seznam literatury	63
Seznam použitých zkratk	
Prohlášení o využití výsledků diplomové práce	
Seznam příloh	
Přílohy	

1. Úvod

Investování lze považovat za efektivní způsob zhodnocení finančních prostředků. Investor, který chce v budoucnu svůj počáteční kapitál efektivně rozmnožit, se musí oprostit od jistot a podstoupit určité riziko. Každý kdo se rozhodne investovat, si musí odpovědět na otázku, za jakou dobu chce svoje finanční prostředky zhodnotit (tzv. investiční horizont), co od investice očekává a jaké riziko je ochoten podstoupit. Na základě tohoto se pak investor rozhoduje, do kterých finančních aktiv bude investovat. Nejdůležitější je, neinvestovat pouze do jednoho finančního aktiva, ale riziko diverzifikovat investicí do různých finančních instrumentů. Tento proces se pak nazývá tvorba portfolia.

Cílem diplomové práce je sestavit optimální portfolio finančních aktiv pro rizikově averzního investora a následně provést vždy na začátku měsíce po dobu tří měsíců restrukturalizaci portfolia tak, aby bylo zajištěno optimální složení portfolia včetně zahrnutí transakčních nákladů spojených s danou restrukturalizací.

V kapitole *Charakteristika finančních aktiv* jsou nejprve popsány z hlediska investování nejvýznamnější finanční instrumenty. Poté je věnována pozornost základním charakteristikám finančních aktiv a následně členění a popisu jednotlivých druhů stochastických procesů. Nakonec je popsán způsob simulace náhodného vývoje finančních aktiv včetně simulace hodnoty portfolia těchto aktiv.

V kapitole *Metody tvorby a správy portfolia* je popsán investiční proces a jeho jednotlivé fáze. Poté je přiblížen pojem portfolio a popsán postup výpočtu základních parametrů a postup sestavení optimálního portfolia akcií podle základních modelů. Dále je vysvětlen pojem transakční náklady a způsob jejich výpočtu. Závěr kapitoly je věnován revizi portfolia.

Kapitola *Tvorba a řízení optimálního portfolia* představuje praktickou část práce, ve které je aplikována metoda tvorby optimálního portfolia v závislosti na postoji investora k riziku popsaná v předchozí kapitole. Nejprve je provedena predikce parametrů (očekávaného výnosu a směrodatné odchylky) na bázi simulace náhodného vývoje, následně je sestaveno optimální portfolio pro první měsíc. Poté jsou provedeny tři revize a restrukturalizace portfolia tak, aby byl splněn požadavek optimálního složení portfolia, přičemž součástí struktury portfolia jsou i transakční náklady spojené s jeho restrukturalizací. V závěru kapitoly je provedeno shrnutí výsledků.

2. CHARAKTERISTIKA FINANČNÍCH AKTIV

První část kapitoly je věnována finančním instrumentům, které z investičního hlediska patří k nejvýznamnějším, dále jsou popsány jednotlivé charakteristiky finančních instrumentů, jako je výnos, riziko, korelace a kovariance. Následuje seznámení s pojmem stochastické procesy a přiblížení jednotlivých druhů. V závěru kapitoly je popsána simulace vývoje hodnoty jak jednoho aktiva, tak i portfolia aktiv. Použité informace byly čerpány z Polách (2002), Sekerka (1996) a Zmeškal (2004).

2.1 Finanční aktiva

V současnosti investice na finančních trzích patří k významným příležitostem získávání a zhodnocování finančních prostředků. Ať už se jedná o investice dlouhodobého charakteru, které se soustřeďují na kapitálových trzích nebo investice krátkodobé, se kterými se obchoduje na trzích peněžních. Za nejrizikovější finanční aktiva jsou považovány akcie, naopak za jedny z nejbezpečnějších obligace. Zvláštním typem finančních instrumentů jsou finanční deriváty.

2.1.1 Akcie

Akcie je majetkový cenný papír, s nímž jsou spojena práva akcionáře podílet se na řízení společnosti, na jejím zisku a likvidačním zůstatku. Právo podílet se na řízení společnosti má podobu hlasovacího práva na valné hromadě. Čím větší počet vlastní akcionář akcií, tím větší počet hlasů má a může ve značné míře ovlivňovat chod společnosti. Právo na zisk společnosti představuje právo na výplatu dividendy, jejíž výše se obvykle určuje pevnou částkou na akcii. V případě likvidace společnosti uplatní akcionář právo na likvidační zůstatek, který se dělí mezi akcionáře v poměru odpovídající jmenovité hodnotě jejich akcií.

Akcie vydávají akciové společnosti, jejichž základní kapitál je rozdělen na určitý počet akcií o určité jmenovité hodnotě. Avšak důležitější než jmenovitá hodnota je kurz akcie, který vyjadřuje aktuální hodnotu akcie na trhu.

Akcie musí podle obchodního zákoníku obsahovat tyto náležitosti:

- obchodní jméno a sídlo společnosti,
- číselné označení akcie a její jmenovitou hodnotu,

- označení, zda akcie je na majitele nebo na jméno, a u akcie na jméno i jméno akcionáře,
- výši základního jmění a počet akcií v době vydání akcie,
- datum vydání akcie a podpisy dvou členů představenstva oprávněných podepisovat za společnost.

Je-li vydáváno více druhů akcií, musí akcie obsahovat i označení druhu a určení práv s ním spojených alespoň odkazem na stanovy. Akcie se skládá z pláště a kupónového archu, který slouží k inkasu dividend. Součástí kupónového archu je talón, který se používá jako průkaz k vydání nového kupónového archu.

Základní členění akcií je z hlediska ztělesněného práva na kmenové, prioritní a zaměstnanecké. S kmenovými akciemi jsou spojena základní práva akcionářů. Patří mezi nejběžnější a nejrozšířenější formu.

Hlavní výhodou prioritních akcií je přednostní právo na výplatu dividend, které jsou obvykle pevně stanoveny. Toto právo je však kompenzováno nemožností účastnit se hlasování na valné hromadě. Pouze v období, kdy nejsou vyplaceny dividendy, nabývá akcionář hlasovacího práva do doby, než je vyplacení dividend obnoveno. Objem prioritních akcií je omezen, nesmí překročit 50 % základního kapitálu.

Některé akciové společnosti vydávají také zaměstnanecké akcie, které mohou nabývat zaměstnanci společnosti za zvýhodněných podmínek, tedy za cenu nižší než je běžná cena akcie na kapitálovém trhu. Akcie jsou převoditelné pouze mezi zaměstnanci společnosti a jejich objem nesmí překročit 5 % základního kapitálu.

V případě kdy akcionář dosud nesplatil jmenovitou hodnotu akcií, vydá akciová společnost zatimní list, se kterým jsou spojena stejná práva jak s akcií, kterou nahrazuje. Zatimní list má vždy listinnou podobu a obsahuje jmenovitou hodnotu upsaných akcií, určení jejich druhu a splacenou část jejich jmenovité hodnoty. Po splacení jmenovité hodnoty akcií je automaticky vyměněn za akcie.

2.1.2 Dluhopisy

Dluhopis (obligace) je úvěrový cenný papír, který představuje závazek emitenta vůči vlastníkově tohoto cenného papíru splatit jmenovitou hodnotu včetně úroků ve stanovenou dobu, přičemž jmenovitá hodnota může být splacena jednorázově nebo v několika splátkách ve stanovených termínech. Na rozdíl od akcie, majiteli dluhopisu neplyne právo rozhodovat a zasahovat do hospodaření emitenta. Doba splatnosti dluhopisů je pevně stanovena, stejně tak i splátky úroků, které představují pro investora výnos. Výnos může být stanoven těmito způsoby:

- pevná úroková sazba,
- pevná úroková sazba a podíl na zisku,
- rozdíl mezi nominální hodnotou dluhopisu a jeho nižším emisním kurzem,
- pohyblivou úrokovou sazbou,
- slosovatelem prémie nebo prémie v závislosti na lhůtě splatnosti dluhopisu.

Zvláštním typem dluhopisů jsou prioritní a vyměnitelné dluhopisy. Prioritní dluhopisy spojují vlastnosti klasického dluhopisu s právem na nákup akcií emitenta. Vyměnitelný dluhopis představuje dluhopis s právem na jeho výměnu za jiný dluhopis nebo akcii. Emitent v době splatnosti dluhopisu nesplatí jmenovitou hodnotu v korunách, ale dá věřiteli jiný cenný papír (např. akcii).

Dluhopisy jsou považovány za jedny z nejbezpečnějších finančních instrumentů a tomu také odpovídá menší výnos. K jejich emisi je třeba státního povolení, které uděluje na žádost emitenta ministerstvo financí se souhlasem České národní banky. Aby se dluhopisy mohly stát cenným papírem obchodovatelným na trhu, musí obsahovat zákonem předepsané náležitosti:

- označení emitenta dluhopisu;
- název dluhopisu a jeho číselné označení;
- jmenovitou hodnotu dluhopisu v české měně nebo cizí měně;
- způsob stanovení výnosu z dluhopisu;
- prohlášení emitenta, že dluží nominální hodnotu dluhopisu majiteli;
- závazek emitenta splatit nominální hodnotu dluhopisu v určitém termínu nebo ve stanovených termínech, vyplácet výnos dluhopisu ve stanovených termínech, způsob těchto výplat a určení platebního místa;
- u dluhopisů na jméno i jméno jejich prvního majitele;

- datum vydání dluhopisů a otisk podpisů představitelů emitenta;
- údaj o rozhodnutí ministerstva financí o povolení emise dluhopisů.

Dluhopisy podle osoby emitenta lze rozdělit na podnikové, bankovní, komunální a státní. Podniky vydávají dluhopisy, aby získaly peněžní prostředky potřebné k financování jejich činnosti. V případě bankovních dluhopisů, banka získává prostředky k poskytování úvěrů klientům. Jako komunální dluhopisy lze označit dluhopisy, které vydává buď sama obec, nebo o jejich vydání požádá banku a ta je emituje za účelem financování úvěru obci. V obou případech ručí za jejich splacení obec, banka pouze může poskytnout záruku. Státní dluhopisy vydává stát ke krytí deficitu státního rozpočtu. Jejich správu a splacení má na starost ministerstvo financí nebo jiný subjekt jím pověřený.

2.1.3 Finanční deriváty

Snaha vyhnout se rostoucím finančním rizikům a zvyšující se nároky investorů na výnosy, vedla ke vzniku nových finančních nástrojů, finančních derivátů. Finanční deriváty jsou instrumenty, jejichž hodnota je odvozena od hodnoty jiného aktiva, proto bývají také nazývány odvozené cenné papíry. Tzv. podkladovým aktivem mohou být akcie, dluhopisy, měny, úrokové míry a burzovní indexy. Obchody s deriváty mají podobu termínovaných kontraktů, jelikož mezi uzavřením obchodu a jeho plněním plyne předem dohodnutá lhůta. Podmínkou rozvoje obchodování s jednotlivými typy derivátů jsou dostatečně likvidní trhy primárních aktiv a finančních nástrojů, které deriváty podkládají. Mezi finanční deriváty se zařazují forwardy, futures, swapy a opce.

Forward představuje dohodu o koupi nebo prodeji určitého aktiva, přičemž se transakce uskuteční v přesně určeném čase za cenu a v množství, které jsou sjednány v době uzavření kontraktu. Kupující se zde zavazuje koupit dohodnuté množství podkladového aktiva za dohodnutou cenu v předem stanoveném termínu. Naopak prodávající je povinen prodat dané aktivum. Tento kontrakt je závazný pro obě strany. Podmínky jsou pro každý forward specifické, jedinečné, proto je poměrně těžké jej prodat před jeho vypršením. Forwardy představují nestandardizované finanční instrumenty, se kterými se obchoduje na mimoburzovních trzích.

Zvláštním typem forwardu je FRA neboli Forward Rate Agreement. Podkladovým aktivem je zde úroková sazba. Podstatou je výměna pohyblivé a fixní úrokové sazby během nějakého období v budoucnu. Tento druh forwardu využívají zejména banky mezi sebou.

Futures představují obdobu forwardu, přičemž hlavní rozdíl mezi těmito dvěma deriváty spočívá v obchodovatelnosti na burze. Zatímco forwardy jsou nástroje mimoburzovních trhů, futures patří mezi deriváty, se kterými se obchoduje na termínových burzách. Z toho vyplývá další odlišnost v podobě standardizace podmínek kontraktu. Podstatou futures obchodu je opět dohoda o budoucím prodeji nebo koupi, přičemž se může jednat o úrokový futures, kdy podkladovým aktivem je nějaké aktivum přinášející úrok (dluhopisy, depozita), nebo futures na akciové indexy či komoditní futures. Zatímco futures jsou uzavírány na určité datum, forwardy na určitou dobu.

Další typem finančních derivátů jsou swapy. V původním pojetí swapová operace znamenala transakci, při níž byla jedna měna vyměněna v určitém termínu za druhou a zároveň existovala dohoda o opačné transakci. V dnešní době představuje swap dohodu mezi dvěma nebo více stranami o realizaci určitých finančních toků v budoucnu. Swapy se dělí na úrokové a měnové. Předmětem transakce úrokových swapů je výměna plateb úroků obvykle pevných za pohyblivé. Pohyblivá úroková sazba je odvozena od sazeb na mezibankovním trhu, např. LIBOR. U měnových swapů dochází při původní a konečné transakci ke směně jistiny, přičemž partneři těchto operací pocházejí zpravidla z trhů s různými měnami.

Swapy umožňují dostat se na trhy, kam klient banky nemá dostatečný přístup nebo kde může dosáhnout méně příznivých úvěrových podmínek než druhá strana. Lze tedy říci, že swapy patří mezi instrumenty, u kterých obě strany mohou využít svých komparativních výhod.

Opce představuje právo prodat nebo koupit určité aktivum za určitou cenu v předem stanoveném čase, přičemž toto právo může, ale nemusí jedna ze stran (kupující, dlouhá pozice) uplatnit. Naopak druhá strana (prodávající, krátká pozice) nemá právo volby. Za právo volby uplatnit či neuplatnit opci platí kupující opce prodávajícímu tzv. opční prémii (cena opce). Pokud je přesně stanoven okamžik využití opce, jedná se o opci evropskou. V případě, že lze opci využít kdykoliv do doby zralosti, jde o opci americkou.

Existuje řada charakteristik rozlišování opcí, za základní členění se považuje rozdělení opcí na kupní (call option) a prodejní (put option). Kupní opce dává vlastníkovu opce, který stojí v dlouhé pozici, právo koupit od prodejce opce určité aktivum ve stanoveném čase a naopak prodejce, který stojí v krátké pozici, je povinen toto aktivum prodat. Zatímco vlastník put opce (dlouhá pozice) má právo prodat ve stanoveném čase určité aktivum prodejci opce a ten je pak povinen příslušné aktivum koupit.

2.2 Charakteristiky finančních aktiv

Základní pojmy, které jsou spojeny s investováním do finančních aktiv, jsou riziko a výnos, které jdou spolu ruku v ruce. Obecně platí, že čím vyšší je riziko, které investor podstupuje, tím vyšší je i výnos, který očekává a naopak u investic s nižším rizikem lze očekávat také nižší výnos.

Výnos bývá tvořen dvěma složkami. První složku představuje kapitálový výnos, který vyjadřuje rozdíl mezi kupní a prodejní cenou finančního aktiva. Druhou složkou je příjem z dividend. Kapitálový výnos lze určit jako diskretní nebo spojitý. Diskretní výnos se stanovuje v určitých intervalech (za měsíc, rok) a vypočte se takto:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t}}, \quad (2.1)$$

kde R_{it} je diskretní výnos i -tého aktiva v čase t , $P_{i,t}$ je cena i -tého aktiva v období t a $P_{i,t-1}$ je cena i -tého aktiva v předcházejícím období.

Naopak spojitý výnos zachycuje změnu ceny aktiv v nekonečně malých okamžicích a vypočte se jako logaritmus podílu cen:

$$r_{it} = \ln \frac{P_{it}}{P_{i,t-1}}, \quad (2.2)$$

kde r_{it} je spojitý výnos i -tého aktiva v čase t .

Při rozhodování o investování je důležitým aspektem očekávaný výnos, který představuje míru zhodnocení vynaložených finančních prostředků v budoucnu. Jde o předpokládaný výnos, jehož dosažení je nejisté. Výpočet tohoto výnosu pro jedno aktivum vypadá takto:

$$E(R_i) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N R_{i,t}, \quad (2.3)$$

kde $E(R_i)$ je očekávaný výnos aktiva, R_i je výnos daného aktiva za dané období a N je počet sledovaných období.

Jak již bylo zmíněno v úvodu kapitoly, s výnosem souvisí také riziko, které investor podstupuje. Riziko spojené s investicí závisí na tom, jak se skutečné výnosy budou lišit od očekávaných. Při určování rizika se pracuje s rozdělením pravděpodobnosti. Smyslem je určit s jakou pravděpodobností dojde k odchylce od očekávaného výnosu. Pro vyjádření rizika se používá rozptyl a směrodatná odchylka. Rozptyl vyjadřuje odchylky od střední hodnoty a jeho výpočet pro jedno aktivum je následující:

$$\sigma^2(R_i) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N [R_{i,t} - E(R_i)]^2, \quad (2.4)$$

kde $\sigma^2(R_i)$ vyjadřuje rozptyl výnosu aktiva.

S rozptylem souvisí směrodatná odchylka, která představuje odhad pravděpodobného odchýlení reálného výnosu od očekávaného. Čím větší je směrodatná odchylka, tím vyšší je i riziko. Směrodatnou odchylku lze vypočítat jako druhou odmocninu z rozptylu:

$$\sigma(R_i) = \sqrt{\sigma^2(R_i)}, \quad (2.5)$$

kde $\sigma(R_i)$ je směrodatná odchylka daného aktiva.

Statistickou závislost mezi dvěma aktivy popisuje kovariance, přičemž kovariance jednoho aktiva sama se sebou je rozptyl. Kovariance může nabývat hodnot od $-\infty$ do ∞ . K zachycení vazeb mezi jednotlivými aktivy se používá kovarianční matice, kde na hlavní diagonále jsou rozptyly jednotlivých veličin. Výpočet kovariance vypadá takto:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N [R_{i,t} - E(R_i)] \cdot [R_{j,t} - E(R_j)], \quad (2.6)$$

kde σ_{ij} je kovariance mezi i -tým a j -tým aktivem, R_{it} je výnos i -tého aktiva v čase t , R_{jt} je výnos j -tého aktiva v čase t , $E(R_i)$ je očekávaný výnos i -tého aktiva, $E(R_j)$ je očekávaný výnos j -tého aktiva a N je počet aktiv v portfoliu.

Jako normovaná kovariance bývá označovaná korelace, která vyjadřuje vztah mezi jednotlivými aktivy. Pokud se jedno z nich mění, mění se korelativně i druhé a naopak. Korelace se vypočte podle následujícího vzorce:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}, \quad (2.7)$$

kde ρ_{ij} vyjadřuje korelaci mezi i -tým a j -tým aktivem, σ_{ij} je kovariance mezi i -tým a j -tým aktivem, σ_i je směrodatná odchylka i -tého aktiva a σ_j je směrodatná odchylka j -tého aktiva.

Korelace se může pohybovat v intervalu $<-1; 1>$, přičemž pokud nabývá hodnoty 1, jde o dokonalou korelaci a aktiva se chovají naprosto stejně. Pokud se korelace rovná -1, aktiva se chovají protichůdně a korelace je dokonale inverzní. V případě, že se korelace rovná 0, neexistuje závislost mezi danými aktivy.

2.3 Stochastické procesy cen finančních aktiv

Finanční aktiva se vyvíjí v čase náhodně a tento vývoj lze popsat určitými stochastickými (náhodnými) procesy. Tyto procesy nepracují pouze s jednou možnou variantou, jak by se veličiny v čase mohly vyvíjet, ale pro náhodné procesy je typická jakási neurčitost v jejich budoucím vývoji, kterou lze popsat pomocí rozdělení pravděpodobnosti, přičemž některé varianty budoucího vývoje mohou být více pravděpodobné a jiné méně.

Náhodné procesy obsahují dvě složky, trend, který představuje nenáhodnou (deterministickou) složku, a reziduum neboli odchylku, která je náhodnou veličinou a patří do nějakého rozdělení pravděpodobnosti. Lze tedy říci, že procesy vznikají kombinací různých trendů a různých reziduí s různým rozdělením pravděpodobnosti.

2.3.1 Charakteristika procesů

Základním prvkem všech procesů je specifický Wienerův proces, který popisuje náhodnou veličinu, která se vyskytuje v jednotlivých procesech. Tato náhodná veličina je prvkem normovaného normálního rozdělení $N(0;1)$. Předpoklady Wienerova procesu jsou:

- predikované ceny jsou ovlivněny pouze aktuální cenou a ne cenami historickými,
- změny ceny jsou v čase nezávislé.

Wienerův proces vypadá takto:

$$\tilde{z}_t - z_0 \equiv dz = \tilde{z} \cdot \sqrt{dt}, \quad (2.8)$$

kde \tilde{z} je náhodná proměnná z normovaného normálního rozdělení, dz je přírůstek náhodné veličiny, \tilde{z}_t je náhodná veličiny za čas t , z_0 je výchozí veličina, dt je změna času.

Přírůstek náhodné veličiny za nějaký čas se pak chová následovně: střední hodnota $E(d\tilde{z}) = 0$ a rozptyl $\sigma^2(d\tilde{z}) = t$. Střední hodnota se rovná nule, což znamená, že zde není trend. Chování náhodné veličiny za nějaký čas lze popsat takto: střední hodnota $E(\tilde{z}_T) = 0$ a rozptyl $\sigma^2(\tilde{z}_T) = T$. Opět zde není trend.

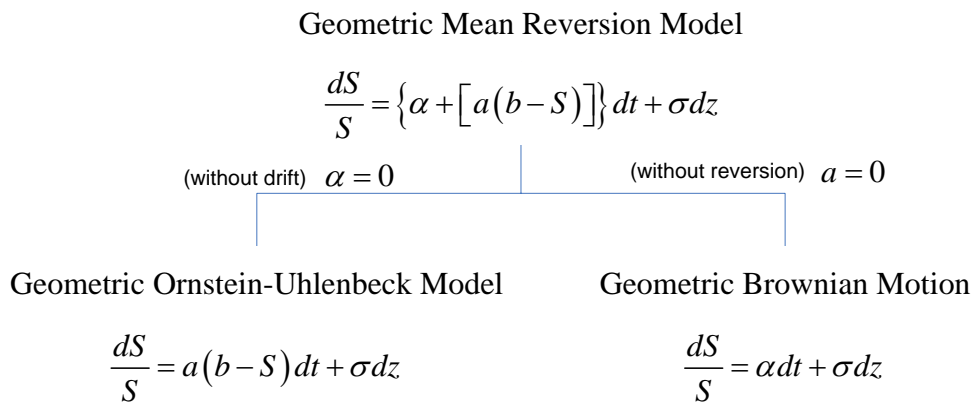
Pokud se sleduje vývoj náhodné veličiny v čase za několik intervalů, pak:

$$\tilde{z}_T - z_0 = \sum_{i=1}^n \tilde{z}_i \cdot \sqrt{dt}, \quad (2.9)$$

z čehož vyplývá, že střední hodnota $E(\tilde{z}_T) = 0$, rozptyl $\text{var}(\tilde{z}_T) = n \cdot dt = T$ a směrodatná odchylka $\sigma(\tilde{z}_T) = \sqrt{T}$.

Členění jednotlivých druhů procesů popisuje následující schéma:

Obr. 2.1 Členění stochastických procesů



Zdroj: Metcalf & Hasset (1995)

Jak lze z Obr. 2.1 vyčíst, za obecný stochastický proces, ze kterého dále vycházejí další procesy, lze považovat geometrický mean-reversion proces. Pro tento druh procesů je typické, že se po určitém čase vrací k určité dlouhodobé rovnováze. Podle mean-reversion

procesů se chovají např. úrokové sazby a ceny některých komodit. Geometrický mean reversion proces vypadá takto:

$$\frac{dS}{S} = \{\alpha + [a \cdot (b - S)]\} \cdot dt + \sigma \cdot dz \quad (2.10)$$

kde dS je přírůstek ceny, α je průměrný výnos (obvykle roční), a je rychlost přibližování, b je úroveň dlouhodobé rovnováhy, S je výchozí cena, dt je změna času, dz představuje Wienerův proces a σ směrodatnou odchylku za rok.

Ve finančně-ekonomické literatuře se objevuje řada podob tohoto procesu. Základním kritériem jejich dalšího členění je deterministický přírůstek výnosu (drift), který je pozitivní jestliže současná cenová hladina S je nižší než rovnovážná cenová hladina b , a negativní, pokud rovnovážná cena převyšuje současnou. Platí zde tzv. teorie pružiny, která říká, že čím vzdálenější jsou ceny od rovnovážné úrovně, tím vyšší jsou jejich tendence vrátit se zpět na úroveň b . Pokud se deterministický přírůstek výnosu rovná nule, pak se jedná o geometrický Ornstein-Uhlenbeck model, který vypadá takto:

$$\frac{dS}{S} = a(b - S) \cdot dt + \sigma \cdot dz. \quad (2.11)$$

Za základní mean-reversion model je považován aritmetický Ornstein-Uhlenbeck model, který bývá označován také jako Vašíčkův model:

$$dS = a \cdot (b - S) \cdot dt + \sigma \cdot dz. \quad (2.12)$$

Nevýhodou tohoto procesu je, že normální rozdělení se pohybuje v intervalu $(-\infty; \infty)$, z čehož vyplývá, že proces nedokáže zabránit tomu, aby vyšly záporné hodnoty, což neodpovídá realitě. Vašíčkův proces patří mezi tzv. afinní modely, které pouze popisují chování např. úrokových sazeb, ale je u nich problém přizpůsobit se aktuálním úrokovým sazbám.

Geometrický Brownův proces naopak patří do skupiny procesů, které zahrnují deterministický přírůstek výnosu. Tento model patří mezi nejpoužívanější stochastické procesy ve finanční teorii a praxi. Většina aktiv, zejména akcií a měnových kurzů, se chová

právě podle Brownova geometrického procesu, který popisuje vývoj cen pomocí exponenciálního trendu a který je určen takto:

$$dS = \alpha \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot dz, \quad (2.13)$$

Pro srozumitelnější vyjádření jednotlivých parametrů a celého procesu, lze původní rovnici upravit na $\frac{dS}{S} = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz$, kde $\frac{dS}{S}$ vyjadřuje relativní přírůstek neboli výnos.

Geometrický Brownův proces lze vyjádřit dvěma způsoby, pomocí diskrétní verze neboli Eulerovy transformace nebo pomocí spojitě verze, pak se jedná o geometrický Brownův proces s logaritmickými cenami. Střední hodnotu a rozptyl přírůstku cen u Eulerovy transformace lze určit takto:

$$E\left(\frac{dS}{S}\right) = \alpha \cdot dt, \quad (2.14)$$

$$\text{var}\left(\frac{dS}{S}\right) = \sigma^2 \cdot dt. \quad (2.15)$$

Proces, který je využíván zejména při oceňování opcí, je geometrický Brownův proces s logaritmickými cenami. Tento proces vychází z obecného vzorce pro výpočet geometrického Brownova procesu a s využitím Itôovy lemy, což je analogie Taylorova rozvoje pro nestochastické procesy, pro funkci $G = \ln S$ lze říci, že

$$dG = d \ln S = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz, \quad (2.16)$$

kde $d \ln x$ je přírůstek logaritmu náhodné veličiny a lze ho vyjádřit jako $\ln \frac{S}{S - dS}$, čímž se

jedná o vyjádření spojitěho výnosu, kde $\alpha = \mu - \frac{\sigma^2}{2}$, $\mu = \ln \frac{S_T}{S}$.

Řešením je pak rovnice pro cenu:

$$S_t = S \cdot \exp(\alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz), \quad (2.17)$$

$$E(S_T) = S \cdot \exp(\alpha \cdot T), \quad (2.18)$$

$$\text{var}(S_T) = S^2 \cdot \exp(2 \cdot \alpha \cdot T) \cdot [\exp(\sigma^2 \cdot T) - 1], \quad (2.19)$$

kde $E(S_T)$ je střední hodnota ceny daného aktiva a $\text{var}(S_T)$ rozptyl ceny daného aktiva.

Za zobecněnou verzi Wienerova procesu bývá označován aritmetický Brownův proces, který stejně jako předchozí procesy obsahuje jak náhodnou složku, která je popsána Wienerovým procesem, tak trend. Rovnice pro aritmetický Brownův proces vypadá takto:

$$dS = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz, \quad (2.20)$$

přičemž dS je přírůstek náhodné veličiny, α je průměrný výnos (obvykle roční), σ je směrodatná odchylka za rok.

Podle aritmetického Brownova procesu se ceny vyvíjí lineárním trendem a přírůstek náhodné veličiny se chová následovně:

$$E(dS) = \alpha \cdot dt, \quad (2.21)$$

$$\text{var}(dS) = \sigma^2 \cdot dt. \quad (2.22)$$

2.3.2 Simulace ceny aktiva

Pro simulace ceny aktiva se využívá simulační metoda Monte Carlo, která je založena na využití náhodných veličin a teorii pravděpodobnosti. Podstata této metody spočívá v mnohonásobném opakování simulace náhodného vývoje světa pomocí určitých náhodných mechanismů. Základem metody Monte Carlo je generátor náhodných čísel s definovaným stochastickým rozdělením. Nejprve jsou vygenerovány posloupnosti náhodných čísel s rovnoměrným rozdělením a následně je z nich vytvořena posloupnost s požadovaným rozdělením, ze kterého se dále zjistí dané parametry – střední hodnota, rozptyl, kvantil nějaké veličiny apod.

K výpočtu požadovaných parametrů (střední hodnota výnosu, směrodatná odchylka) se používají výše zmíněné stochastické procesy. Simulace náhodného vývoje ceny akcií a kurzů měn se obvykle provádí na bázi geometrického Brownova procesu. Rovnice pro výpočet ceny, střední hodnoty a rozptylu pro diskrétní verzi tohoto procesu vypadají takto:

$$S_t = S_{t-1} + \alpha \cdot S_{t-1} \cdot dt + \sigma \cdot S_{t-1} \cdot dz \quad (2.23)$$

$$E(S_T) = S_0 + S_0 \cdot \alpha \cdot T, \quad (2.24)$$

$$\text{var}(S_T) = S_0^2 \cdot \sigma^2 \cdot T, \quad (2.25)$$

kde S_t je cena akcie v čase t , S_{t-1} je cena akcie v čase $t-1$, S_0 je výchozí cena akcie, $E(S_T)$ je střední hodnota a $\text{var}(S_T)$ je rozptyl.

V případě spojitého vyjádření Brownova geometrického procesu, cena aktiva, střední hodnota výnosu a rozptyl výnosu lze vypočíst podle vzorce (2.17), (2.18) a (2.19).

Další model, který se využívá u simulace náhodného vývoje cen akcií, je Brownův aritmetický proces. Pro simulaci náhodného vývoje ceny akcií nebo měnových kurzů na bázi aritmetického Brownova vývoje se používají tyto rovnice:

$$S_t = S_{t-1} + \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz, \quad (2.26)$$

$$E(x_T) = S_0 + \alpha \cdot T, \quad (2.27)$$

$$\text{var}(x_T) = \sigma^2 \cdot T. \quad (2.28)$$

Na rozdíl od akcií, v případě úrokových sazeb nelze využít modely aplikované na akcie (Brownův proces) z důvodu tendence jejich návratu k dlouhodobým rovnovážným sazbám. U úrokových sazeb se uplatňují již výše zmíněné mean-reverting procesy. Výpočet ceny u aritmetického Ornstein-Uhlenbeck modelu je následující:

$$S_t = S_{t-1} + a \cdot (b - S_{t-1}) \cdot dt + \sigma \cdot dz, \quad (2.27)$$

v případě geometrického Ornstein-Uhlenbeck modelu:

$$S_t = S_{t-1} + a \cdot (b - S_{t-1}) \cdot S_{t-1} \cdot dt + \sigma \cdot S_{t-1} \cdot dz. \quad (2.28)$$

kde a je parametr rychlosti přibližování k dlouhodobé rovnováze a b hodnota dlouhodobé rovnováhy.

2.3.3 Simulace hodnoty portfolia

U simulace hodnoty portfolia aktiv je nutné brát v úvahu jejich vzájemné korelace. Nejprve je třeba provést generování náhodného vektoru náhodných veličin z normovaného normálního rozložení, poté vyjádřit tento vektor náhodných veličin včetně korelací. K tomuto účelu lze použít Choleského algoritmus, což je metoda, která spočívá v rozložení symetrické pozitivně definitní čtvercové matice A na součin dolní a horní trojúhelníkové matice, přičemž jedna trojúhelníková matice je transpozicí matice druhé. V případě portfolia aktiv se jedná o rozložení normované kovarianční matice C , kterou lze pak vyjádřit jako součin dvou trojúhelníkových Choleského dekompozičních matic:

$$C = P^T \cdot P, \quad (2.29)$$

kde C je kovarianční matice, P je horní trojúhelníková matice a P^T je dolní trojúhelníková matice.

Horní trojúhelníková matice se sestojí podle těchto pravidel:

$$p_{ii} = \left(\sigma_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} p_{ik}^2 \right)^{1/2}, \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.30)$$

$$p_{ij} = \left(\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} p_{ki} \cdot p_{kj} \right) \cdot p_{ii}^{-1}, \quad \text{pro } 1 \leq i < j \leq N, \quad (2.31)$$

$$p_{1j} = \sigma_{1j} \cdot (\sigma_{11})^{-1/2}, \quad \text{pro } j = 1, 2, \dots, N, \quad (2.32)$$

$$p_{ij} = 0, \quad \text{pro } i > j; i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (2.33)$$

Vektor náhodných proměnných včetně korelací se vypočte následovně:

$$\vec{z}^T = \vec{e}^T \cdot P, \quad (2.34)$$

kde \vec{z}^T je vektor náhodných proměnných se zahrnutím korelací, \vec{e}^T je vektor nezávislých náhodných proměnných z rozdělení $N(0;1)$ a P je horní trojúhelníková matice odvozená z kovarianční matice C .

Následně se dosadí náhodný vektor náhodných proměnných se zahrnutím korelací do zvoleného procesu a poté se zjistí hodnota portfolia $d\Pi = \sum_i Q_i \cdot dS_i$, kde Q_i je množství i -tého aktiva v portfoliu a dS_i je přírůstek i -tého aktiva.

3. METODY TVORBY A SPRÁVY PORTFOLIA

V úvodu kapitoly je nejprve vysvětlen pojen investiční proces a jeho jednotlivé fáze, následně jsou popsány základní charakteristiky portfolia (očekávaný výnos, rozptyl a směrodatná odchylka). Další část kapitoly je věnována mean-variance modelům a modelu založeném na minimalizaci Value at Risk. Poté je popsán proces tvorby optimálního portfolia včetně transakčních nákladů. V závěru kapitoly jsou přiblíženy jednotlivé strategie řízení portfolia. Veškeré informace byly získány z Polách (2002), Fabozzi, Focardi, Kolm (2006), Jílek (1997) a Sharpe, Alexander (1990).

3.1 Investiční proces

Investiční proces představuje souhrn postupů a pravidel, podle kterých by měl postupovat investor, který se rozhoduje, do kterých finančních aktiv investovat, jak velká by tato investice měla být a kdy ji uskutečnit. Investiční proces probíhá ve čtyřech fázích:

1. volba strategie,
2. analýza investičních příležitostí,
3. sestavení portfolia,
4. revize a hodnocení výkonnosti portfolia.

Volba strategie spočívá ve stanovení investičního záměru, specifikaci množství investovatelného kapitálu, stanovení požadované výnosnosti v závislosti na možném riziku ztráty a následně ve výběru vhodných finančních instrumentů.

V další fázi investičního procesu provádí investor zúžení výběru finančních aktiv, a to pomocí různých metod, které se zabývají analýzou cenných papírů. Mezi nejpoužívanější metody patří fundamentální a technická analýza. Zatímco fundamentální analýza vychází z ekonomických teorií a slouží k zjištění základních příčinných souvislostí a napomáhá při rozhodování, který cenný papír koupit či prodat; technická analýza se zabývá vhodným načasováním investice. Zkoumá chování trhu, hledá určité situace, které se opakují a na základě nich určuje signály k prodeji a nákupu.

Po provedení zmíněných analýz následuje fáze sestavení portfolia. Investor se musí rozhodnout, do kterých aktiv investovat a v jaké míře. Při rozhodování vychází z výsledků fundamentální a technické analýzy a z predikce pohybu cen jednotlivých aktiv. Smyslem

sestavení portfolia by měla být diverzifikace, tedy minimalizace rizika spojeného s jednotlivými druhy aktiv, což je také třeba brát v úvahu při rozhodování, které finanční instrumenty budou zařazeny do portfolia.

Poslední fáze zahrnuje revizi a hodnocení výkonnosti sestaveného portfolia. Po dobu životnosti portfolia se provádí v určitých momentech analýza výkonnosti aktiv obsažených v portfoliu z hlediska požadované výnosnosti. Poté následuje případná revize portfolia, která spočívá v opakování všech předchozích kroků.

3.2 Tvorba optimálního portfolia

Základní výhodou sestavení portfolia je možnost vytvořit portfolio s menším rizikem, než jsou rizika jednotlivých aktiv zastoupených v portfoliu. Z toho vyplývá, že smyslem tvorby portfolia je minimalizování rizika spojeného s investováním a také nalezení nejlepšího možného (optimálního) poměru výnosů k riziku. Tímto vztahem se zabývá řada teorií, jednou z nich je teorie portfolia, která se snaží vysvětlit, jakým způsobem může investor maximalizovat výnos a minimalizovat s tím spjaté riziko. Teorie portfolia přistupuje k výnosům aktiv jako k náhodným veličinám a modeluje portfolio jako kombinaci výnosů jednotlivých aktiv. Riziko je představované směrodatnou odchylkou, resp. rozptylem.

Očekávaný výnos portfolia lze vypočítat jako vážený průměr očekávaných výnosů aktiv zahrnutých v portfoliu:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N x_i \cdot E(R_i), \quad (3.1)$$

kde $E(R_p)$ je očekávaný výnos portfolia, x_i podíl i -tého aktiva v portfoliu a $E(R_i)$ je očekávaný výnos i -tého aktiva.

U vyjádření rizika portfolia se nejedná pouze o vážený průměr rizik jednotlivých aktiv obsažených v portfoliu, ale je zohledněn také vliv vzájemných vztahů jejich výnosů. Rozptyl portfolia se vypočte takto:

$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j, \quad (3.2)$$

kde σ_p^2 je rozptyl portfolia, x_i je podíl i -tého aktiva v portfoliu, x_j je podíl j -tého aktiva v portfoliu a σ_{ij} kovariance mezi i -tým a j -tým aktivem.

Riziko portfolia lze vyjádřit pomocí směrodatné odchylky takto:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j}, \quad (3.3)$$

kde σ_p je směrodatná odchylka portfolia.

3.2.1 Modely tvorby portfolia akcií

Akcie lze zařadit mezi nejrizikovější finanční instrumenty, jednak z důvodu, že dividendový výnos nebývá předem znám a jednak, že pro investora není snadné odhadnout kurz akcie, obzvlášť pokud se jedná o dlouhodobou investici. Proto veškeré modely pro hledání optimálního portfolia akcií a generování efektivních množin akciových portfolií jsou formulovány za rizika jako stochastické. První skupinu tvoří mean-variance modely, kam patří Markowitzův, Blackův, Tobinův a tzv. čtvrtý model. Jedná se o modely založené na hledání optimálního portfolia při maximalizaci funkce užitku. Druhá skupina modelů je založena na optimalizačním kritériu minimalizace veličiny Value at Risk. Hledání optimálního portfolia finančních aktiv patří k jedné ze základních úloh finančního modelování.

Markowitzův model je první ze skupiny mean-variance modelů. Jedná se o statický model, tedy rozhoduje se pouze na jedno období a není dovolen krátký prodej. Tento model vychází z následujících principů:

- všichni investoři jsou rizikově averzní,
- náhoda je charakterizována rizikem a výnosem,
- existuje informačně dokonalý trh,
- aktiva jsou nekonečně dělitelná,
- transakční náklady a daně jsou zanedbávány,
- investuje se pouze do rizikových aktiv.

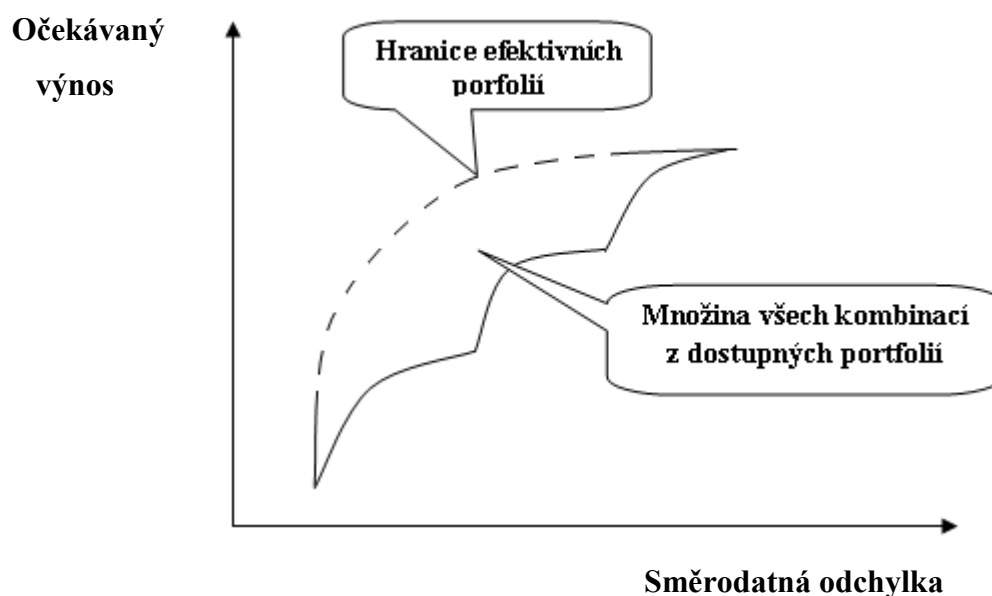
Model předpokládá, že rizikovost celkového portfolia závisí na míře korelace pohybu výnosu jednotlivých aktiv v portfoliu. Proto se rozlišují:

- 1) aktiva s pozitivně korelovanými výnosy,
- 2) aktiva s negativně korelovanými výnosy,
- 3) aktiva nekorelovaná.

Aktiva s pozitivně korelovanými výnosy jsou taková aktiva, jejichž výnosy se pohybují zcela stejně, o kolik vzroste nebo klesne výnos jednoho aktiva, o tolik vzroste nebo klesne výnos aktiva druhého. V případě aktiv s negativně korelovanými výnosy se jedná o tzv. inverzní aktiva, jejichž výnosy se pohybují zcela protichůdně. V případě poklesu výnosu jednoho aktiva, dojde k růstu výnosu druhého aktiva a opačně. Tato vlastnost je podmínkou pro sestavení optimálního portfolia. Aktiva nekorelovaná nemají výnosy v žádném vztahu, korelační koeficient se rovná nule.

Pro snížení celkového rizika portfolia musí platit, že aktiva obsažená v portfoliu nejsou pozitivně korelována. Při výběru portfolia se rozlišují tři množiny řešení (přípustná, efektivní a optimální). Přípustná množina udává portfolia se všemi možnými kombinacemi dvou parametrů (rizika a výnosu). Efektivní množina představuje nejlepší kombinaci výnosu a rizika, přičemž nelze zlepšit jeden parametr, aniž by nedošlo ke zhoršení parametru druhého. Při hledání efektivní množiny se nejprve pro všechny dané výnosy minimalizuje směrodatná odchylka a poté se maximalizuje očekávaný výnos při různých úrovních rizika. Veškerá portfolia, která leží v efektivní množině (hranici), jsou nazývána efektivní a mají menší riziko než všechny ostatní portfolia se srovnatelným výnosem. V následujícím obrázku je zobrazena přípustná množina, která má zpravidla deštníkový tvar. Horní (čárkovanou část) této množiny představuje efektivní množina.

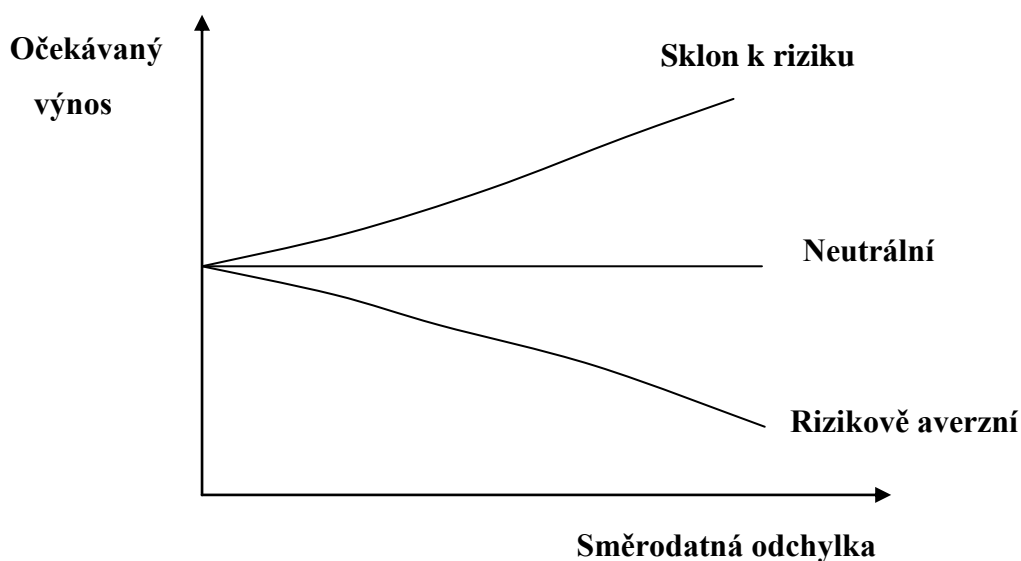
Obr. 3.1 Přípustná množina všech portfolií



Zdroj: Polách (2002)

Optimální množina představuje optimální bod, tedy to z efektivních portfolií, které je nejlepší z hlediska postoje investor k riziku, který je vyjádřen užítkovou funkcí. Jedná se o indifferenční křivky, které čím jsou strmější, tak popisují k riziku více averzního investora. Všechny body na indifferenční křivce vyjadřují stejný užitek, jedná se o různé kombinace rizik a výnosů, které přinášejí stejný užitek. Snahou investora by mělo být nalezení shody mezi indifferenční křivkou a portfoliem, které je na efektivní hranici.

Obr. 3.2 Indifferenční křivky



Obr. 3.2 zobrazuje jednotlivé druhy indifferenčních křivek podle vztahu investora k riziku. Rostoucí indifferenční křivka představuje investora se sklonem k riziku, který požaduje vyšší výnos i za cenu vysokého rizika. Naopak rizikově averzní investor, který je charakterizován klesající indifferenční křivkou, není ochoten podstoupit vyšší riziko, upřednostňuje nižší riziko i za cenu nízkého výnosu. Pro rizikově neutrálního investora je důležitý očekávaný výnos bez ohledu na riziko.

Markowitzův model předpokládá, že aby bylo možné stanovit investorovo optimální portfolio, musí být nejprve zkonstruována přípustná množina, která bude obsahovat všechny možné portfolia, které lze z daných cenných papírů sestavit. Z ní je dále vybrána efektivní množina, ke které se přiřadí indifferenční křivka investora a optimální portfolio se bude nacházet v bodě dotyku indifferenční křivky a efektivní množiny.

3.2.1.1 Tvorba efektivní množiny

Konstrukcí efektivní množiny a hledáním efektivních portfolií se zabývá Markowitzův, Blackův, Tobinův a tzv. čtvrtý model. Tyto modely jsou následně popsány.

Pro stanovení efektivní množiny dle Markowitze je nejprve nutné najít krajní body efektivní množiny, jeden pro minimální riziko – portfolio A, druhý pro maximální očekávaný výnos – portfolio B. Dále je třeba najít portfolia na efektivní množině mezi body A a B pro stanovené hodnoty výnosu. Proto jsou formulovány tři typy úloh.

Formulace úlohy pro minimální riziko (portfolio A) je následující:

Účelová funkce

$$\sigma_p \rightarrow \min .$$

Omezující podmínky

$$\sum x_i = 1, \quad (\text{P1})$$

$$x_i \geq 0, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$\text{kde } \sigma_p = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j} = \sqrt{\vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}}. \quad (\text{R1})$$

Hledaná minimální směrodatná odchylka portfolia je vyjádřena účelovou funkcí. První podmínka vyjadřuje, že součet všech relativních podílů x_i je roven 1, lze investovat pouze tolik prostředků, kolik je k dispozici. Druhá podmínka je podmínka nezápornosti, neboť není dovolen krátký prodej. Rovnice (R1) formuluje výpočet směrodatné odchylky portfolia.

Formulace úlohy pro maximální výnos (portfolio B) je následující:

Účelová funkce se vyjádří takto:

$$E(R_p) \rightarrow \max .$$

Omezující podmínky jsou:

$$\sum x_i = 1, \quad (\text{P1})$$

$$x_i \geq 0, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$\text{kde } E(R_p) = \sum_i x_i \cdot E(R_i) = \vec{x}^T \cdot E(\vec{R}). \quad (\text{R2})$$

Účelová funkce představuje hledanou hodnotu očekávaného výnosu. Omezující podmínky jsou stejné jak v předcházejícím případě. Rovnice (R2) stanovuje propočet střední hodnoty výnosu hledaného portfolia.

Formulace úloh pro vnitřní ekvidistantní body vypadá takto:

Účelová funkce je stanovena:

$$\sigma_p \rightarrow \min .$$

Omezující podmínky jsou:

$$\sum x_i = 1, \quad (\text{P1})$$

$$x_i \geq 0, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$E(R_p) = E(R_{p-\text{generované}}), \quad (\text{P3})$$

$$\text{kde, } \sigma_p = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j} = \sqrt{\vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}}, \quad (\text{R1})$$

$$E(R_p) = \sum_i x_i \cdot E(R_i) = \vec{x}^T \cdot E(\vec{R}). \quad (\text{R2})$$

Úkolem je nalézt efektivní portfolio pro předem stanovenou hodnotu očekávaného výnosu portfolia. Účelová funkce vyjadřuje minimalizaci rizika efektivního portfolia. Podmínky (P1) a (P2) jsou stejné jako v předchozích úlohách, podmínka (P3) zajišťuje, že očekávaný výnos efektivního portfolia bude odpovídat požadované střední hodnotě výnosu v ekvidistantním bodě.

Propočet ekvidistantního intervalu středního výnosu portfolií je následující:

$$\text{ekvidistantní interval} = \frac{E(R_{p_B}) - E(R_{p_A})}{N - 1}, \quad (\text{3.4})$$

kde N je počet intervalů.

Následně jsou dopočteny generované ekvidistantní body $E(R_{p_j})$ pro vnitřní efektivní portfolio:

$$E(R_p) = E(R_{p_{j-1}}) + \text{ekvidistantní interval}. \quad (\text{3.5})$$

Dalším z modelů, který se řadí stejně jako Markowitzův model mezi mean-variance modely, je Blackův model. Podle tohoto modelu lze investovat pouze do rizikových aktiv, ale

na rozdíl od Markowitzova modelu je zde možnost krátkého prodeje, přitom se rozlišuje omezený, kdy $x_i \geq -1$ a neomezený krátký prodej, kdy $-\infty \leq x_i \leq +\infty$.

Postup pro sestavení efektivní množiny je obdobný jako u předcházejícího modelu. Nejprve je nalezeno efektivní portfolio s minimálním rizikem, poté s maximálním výnosem a následně ekvidistantní efektivní portfolio pro dané výnosy. Opět musí být formulovány tři typy úloh, rozdíl nastává pouze v případě podmínky (P2). Upravená podmínka (P2') vypadá takto:

$$x_i \geq -1, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2}')$$

což vyjadřuje omezený krátký prodej ve výši disponibilních finančních prostředků.

Další ze skupiny mean-variance modelů je Tobinův model, který je rozšířen o předpoklad, že existuje bezrizikové aktivum, které je možné neomezeně zařadit do portfolio, tedy připouští se neomezené investování do bezrizikového aktiva (zapůjčování – lending) nebo krátký prodej (vypůjčování – borrowing), viz Zmeškal (2004). Pokud je sazba za zapůjčování a vypůjčování stejná, pak se jedná o model CAPM a konstrukci křivky CML. Pokud jsou sazby rozdílné, pak jde o obecnější Tobinův model.

Důležitým pojmem je tzv. tržní portfolio, které je tvořeno všemi rizikovými aktivy zastoupenými na trhu, jejichž dílčí podíl v tomto portfoliu odpovídá rovnovážné hodnotě jejich tržní kapitalizace. Při sestavování tržního portfolio se maximalizuje sklon přímky CML, tedy maximální mezní sklon dodatečného výnosu portfolio a směrodatné odchylky portfolio, přičemž se investuje pouze do rizikových aktiv. Dalším zvláštním typem portfolio, které se v tomto modelu objevuje, je bezrizikové portfolio F , které není počítáno, neboť jeho složení je známo. Příkladem bezrizikového aktiva je běžný účet v bance. Formulace úlohy pro nalezení tržního portfolio (M) v případě stejných sazeb vypadá takto:

Účelová funkce

$$\frac{E(R_M - R_R)}{\sigma_M} \rightarrow \max.$$

Omezující podmínky

$$x_F + \sum_k x_k = 1, \quad (\text{P1})$$

$$x_k \geq 0, \text{ pro } k = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$x_F = 0, \quad (\text{P3})$$

$$\text{kde } E(R_M) = \sum_{i=1}^{N+1} x_i \cdot E(R_i), \quad (\text{R1})$$

$$\text{var}(R_M) = \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}, \quad (\text{R2})$$

$$\sigma_M = \sigma(R_M) = \sqrt{\text{var}(R_M)}, \quad (\text{R3})$$

kde x_k je podíl rizikového aktiva, x_F je podíl bezrizikového aktiva, x_i (x_j) je obecně značeno jak rizikové, tak bezrizikové aktivum.

Účelová funkce vyjadřuje maximalizaci sklonu přímky CML (efektivní množiny). Podmínka (P1) představuje strukturu investování. Podmínka (P2) zabraňuje krátký prodej a (P3) zařazení bezrizikového aktiva do portfolia.

Následně jsou dopočtena efektivní portfolia, která se nachází na přímce CML mezi bezrizikovým portfoliem F a tržním portfoliem M . Formulace úlohy propočtu efektivních portfolií vypadá takto:

Účelová funkce

$$E(R_p) \rightarrow \max.$$

Omezující podmínky

$$x_F + \sum_k x_k = 1, \quad (\text{P1})$$

$$x_k \geq 0, \text{ pro } k = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$\sigma_P = \sigma_{P\text{-generované}}, \quad (\text{P3})$$

$$-\infty \leq x_F \leq +\infty, \quad (\text{P4})$$

$$\text{kde } E(R_p) = \sum_{i=1}^{N+1} x_i \cdot E(R_i), \quad (\text{R1})$$

$$\text{var}(R_p) = \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}, \quad (\text{R2})$$

$$\sigma_P = \sqrt{\text{var}(R_p)}. \quad (\text{R3})$$

Účelovou funkcí se maximalizuje střední hodnota výnosu portfolia pro stanovenou úroveň směrodatné odchylky. Do rizikových aktiv je možno investovat v libovolném poměru a neomezeně investovat nebo prodávat nakrátko bezrizikové aktivum.

V případě kdy se liší sazba za zapůjčování a vypůjčování, je efektivní množina vytvořena z pásem, v nichž platí rozdílné předpoklady. První pásmo představuje oblast smíšených portfolií, je možné investovat do rizikového i bezrizikového aktiva na bázi zapůjčování. Toto pásmo je ohraničeno bezrizikovým aktivem F a tržním portfoliem M . Druhé pásmo je tvořeno rizikovými portfolii, investuje se pouze do rizikových aktiv. Hranici pásma představuje tržní portfolio M (na bázi zapůjčování) a tržní portfolio M' (na bázi vypůjčování). Poslední pásmo obsahuje dluhová portfolia, v tomto pásmu se investuje do bezrizikového aktiva ve formě vypůjčování a do rizikových aktiv. Pásmo je ohraničeno tržním portfoliem M' a bezrizikovým aktivem F' (na bázi vypůjčování).

Nejprve jsou stanovena hraniční portfolia F , F' , M a M' , přičemž výpočet portfolia M a M' je stejný jako v předešlé úloze, v případě portfolia M bude použita sazba za zapůjčování a M' sazba za vypůjčování. Poté budou nalezeny vnitřní body jednotlivých pásem.

Poslední model, který patří do skupiny mean-variance modelů, je tzv. zobecněný neboli čtvrtý model, který připouští krátký prodej jak bezrizikového, tak rizikového aktiva.

3.2.2.2 Tvorba optimálního portfolia

Nalezení optimálního portfolia finančních aktiv patří k základním úlohám finančního modelování. Nejčastěji se jedná o stochastickou úlohu s náhodnými parametry (výnosy, ceny) v účelové funkci. Existují dvě skupiny účelových funkcí.

Pro první skupinu je rozhodovacím kritériem střední hodnota funkce užitku. Toto kritérium kombinuje náhodnost, která se převádí na střední hodnotu a postoj k riziku, který je charakterizován užitkovou funkcí. Druhou skupinu tvoří kritéria, které se nazývají safety first, neboli bezpečnost především. Jedná se o manažerská kritéria, kdy snahou je vyvarovat se nejhorším ztrátám tzn. vytvořit takové portfolio, u něhož se snižují extrémní ztráty. Do této skupiny patří kritérium Value at Risk, minimalizace střední hodnoty ztráty (shortfall), minimalizace ukazatele RAROC.

Matematická formulace úlohy stanovení optimálního portfolia aktiv v závislosti na přístupu investora k riziku vypadá takto:

Účelová funkce

$$V(W) \equiv E[U(W)] = E(W) - k \cdot \sigma_p^2 \rightarrow \max.$$

Omezující podmínky

$$\sum_i w_i = W, \quad (\text{P1})$$

$$w_i \geq 0, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$\text{kde } E(W) = \sum_i w_i \cdot E(R_i) = \vec{w}^T \cdot E(\vec{R}), \quad (\text{R1})$$

$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j w_i \cdot \sigma_{ij} \cdot w_j = \vec{w}^T \cdot C \cdot \vec{w}, \quad (\text{R2})$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_j. \quad (\text{R3})$$

Účelová funkce vyjadřuje maximalizaci střední hodnoty funkce užitku výnosů $V(W)$. $E(W)$ je střední hodnota výnosu portfolia, k je parametr vyjadřující míru postoje investora k riziku, σ_p^2 je rozptyl výnosu portfolia aktiv, w_i je množství peněz investovaných do jednotlivých aktiv, σ_{ij} je kovariance aktiva i a j , \vec{w} , $E(\vec{R})$ jsou vektory a C je kovarianční matice.

Podmínkou (P1) je zajištěno, že celková hodnota investovaná do jednotlivých aktiv odpovídá celkovým disponibilním prostředkům W . Podmínka (P2) zajišťuje, že podíly investované do jednotlivých aktiv jsou kladná čísla, není povolen krátký prodej. Rovnice (R1) a (R2) popisují propočet střední hodnoty výnosu a rozptyl portfolia. Rovnice (R3) vyjadřuje kovarianci mezi aktivy, kde ρ_{ij} jsou korelace. Řešením je optimální struktura portfolia, tedy kolik má být investováno do jednotlivých aktiv. Hodnota účelové funkce udává střední hodnotu funkce užitku pro zadaný stupeň averze investora vůči riziku.

Uvedenou matematickou formulaci, která je v absolutním vyjádření, lze upravit na relativní verzi. Formulace této optimalizační úlohy pak vypadá takto:

Účelová funkce

$$E[U(R_p)] = E(R_p) - k \cdot \sigma_p^2 \rightarrow \max.$$

Omezující podmínky

$$\sum_i x_{i,t}^P = 1, \quad (\text{P1})$$

$$x_{i,t}^P \geq 0, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$\text{kde } E(R_P) = \sum_i x_{i,t}^P \cdot E(R_i) = \vec{x}^T \cdot E(\vec{R}), \quad (\text{R1})$$

$$\sigma_P^2 = \sum_i \sum_j x_{i,t}^P \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}, \quad (\text{R2})$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_j, \quad (\text{R3})$$

kde $x_{i,t}^P$ je podíl i -tého aktiva v portfoliu.

Podmínkou (P1) je stanoveno, že součet všech relativních podílů x_i je roven 1, tedy že lze investovat pouze tolik prostředků kolik je k dispozici. Podmínkou (P2) je zabráněn krátký prodej. Účelová funkce vyjadřuje maximální hodnotu očekávaného výnosu při daném postoji investora k riziku.

Pro sestavení optimálního portfolia se také používají modely založené na minimalizaci veličiny Value at Risk, která představuje optimalizační kritérium. Jedná se o manažerský přístup, jehož snahou je vybrat takové portfolio akcií, u kterého se investor bude vyvarovat velkým ztrátám. Value at Risk vyjadřuje hodnotu ztráty na určité hladině pravděpodobnosti a při určení této hodnoty se vychází z toho, aby pravděpodobnost, že z portfolia aktiv bude zisk ($\Delta\tilde{\Pi}$) menší než předem stanovená hladina zisku ($ZISK$), byla rovna stanovené pravděpodobnosti α (významnosti). VaR znamená ztrátu a vychází z toho, že zisk se dá vyjádřit jako záporná ztráta, viz Zmeškal (2004). Je-li zisk vyjádřen jako záporná ztráta, pak základní rovnice pro vyjádření VaR vypadá takto:

$$\Pr(\Delta\tilde{\Pi} \leq -VaR) = \alpha. \quad (\text{3.6})$$

Nejprve je nutné určit sdružené rozdělení pravděpodobnosti přírůstku hodnoty portfolia aktiv a z toho odvodit hodnotu VaR pro dané α . Předpoklady pro výpočet této veličiny jsou:

- stanovení VaR pro portfolio aktiv,
- přírůstek hodnoty portfolia aktiv je vyjádřen pomocí výnosů,

$$\Delta\tilde{\Pi} = \sum_i x_i \cdot \tilde{r}_i, \quad (\text{3.7})$$

kde x_i je relativní podíl i -tého aktiva v portfoliu, \tilde{r}_i je náhodný výnos portfolia,

- náhodné výnosy aktiv se chovají dle normálního rozdělení.

Hodnota VaR se stanoví tak, že jsou seříděny simulované výnosy portfolia dle pořadí, pak hodnota VaR na dané hladině pravděpodobnosti je rovna nejvyšší bližší hodnotě výnosu portfolia pro pokus

$$n = \alpha \cdot N, \quad (3.8)$$

kde n je uspořádané číslo příslušného pokusu, N je počet pokusů, a z toho záporné hodnotě.

Při tvorbě optimálního portfolia se hledá takové portfolio, které bude pro danou hladinu pravděpodobnosti minimalizovat hodnotu Value at Risk. Formulace této úlohy je následující:

Účelová funkce

$$VaR = -E(R_p) - \Phi_\alpha^{-1} \cdot \sigma_p \rightarrow \min.$$

Omezující podmínky

$$\sum_i x_i = 1, \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P1})$$

$$x_i \geq p \cdot 1, \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$x_i \leq 1, \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P3})$$

$$\text{kde } E(R_p) = \sum_i E(R_i) \cdot x_i = E^T(\vec{r}) \cdot \vec{x}, \quad (\text{R1})$$

$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}, \quad (\text{R2})$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_j, \quad (\text{R3})$$

přičemž Φ_α^{-1} je inverzní funkce k distribuční funkci normovaného normálního rozdělení na hladině α , VaR je hodnota Value at Risk (ztráty) v peněžních jednotkách, p je koeficient vyjadřující požadovaný minimální podíl aktiva v portfoliu.

3.2.3 Transakční náklady

Transakční náklady představují náklady, které jsou spojené s restrukturalizací portfolia a jež musejí být hrazeny. Příkladem transakčních nákladů je poplatek makléři, daně, rozdíl mezi nabídkovou a poptávkovou cenou (tzv. bid-ask spread). Tím, že odčerpávají finanční

zdroje ze spravovaného portfolia, výrazně ovlivňují kvalitu investice, a proto časté aktivní zásahy do struktury portfolia vedou ke snížení kvality investice.

Jeden z možných způsobů jak pohlížet na transakční náklady je jejich rozdělení na explicitní (zprostředkovatelské poplatky, daně, bid-ask spread) a implicitní (riziko pohybu cen, tržní dopad nákladů, náklady obětované příležitosti). Tržní dopad nákladů je cena, kterou investor platí za získání likvidity na trhu, zatímco riziko pohybu cen je riziko, že dojde ke snížení nebo zvýšení ceny aktiva od okamžiku, kdy se investor rozhodne provést transakci, do okamžiku její realizace. To může způsobit, že investor vydělá méně (při prodeji) nebo zaplatí více (při nákupu), než kdyby k pohybu ceny aktiva nedošlo. Náklady obětované příležitosti představují náklad, který vzniká v případě, kdy obchod s různými důvody nakonec není uskutečněn.

Zprostředkovatelskými poplatky se rozumí veškeré poplatky makléři za vyřízení transakce, tedy provedení nákupu či prodeje aktiv, nebo za úschovu cenných papírů. Rozdíl mezi nabídkovou a poptávkou cenou označovaný jako bid-ask spread je přímo úměrný likviditě daného aktiva. Obecně platí, že čím je nižší likvidita daného finančního instrumentu, tím vyšší je rozdíl mezi jeho prodejní a nákupní cenou.

Dalším způsobem jak pohlížet na transakční náklady je z hlediska fixních versus variabilních nákladů. Zatímco provize a obchodní poplatky patří mezi fixní transakční náklady, bid-ask spread, daně a veškeré implicitní transakční náklady jsou variabilní.

Předvídat přesnou výši transakčních nákladů je poměrně obtížné, přesto by portfolio manažeři a investoři měli být schopni efektivně modelovat možný vliv transakčních nákladů na jejich portfolia a obchody, aby úbytek finančních zdrojů spravovaného portfolia byl co nejmenší. Hlavním cílem je tedy minimalizovat celkové transakční náklady. Při počítání výše transakčních nákladů je třeba rozlišit, zda se jedná o statickou či dynamickou úlohu. V případě statické verze se celkové transakční náklady za období T počítají dle vztahu:

$$TC = \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^N tc_i \cdot |x_{i,t}^P - x_{i,t-1}^P|, \quad (3.9)$$

kde tc_i je faktor vyjadřující transakční náklad spojený s i -tým finančním aktivem, N je počet finančních aktiv, T je počet sledovaných období, $x_{i,t}^P$ a $x_{i,t-1}^P$ je podíl i -tého aktiva v portfoliu v čase t a $t-1$ a $|x_{i,t}^P - x_{i,t-1}^P|$ představuje absolutní změnu i -tého aktiva ve struktuře portfolia, jež je příčinou vzniku transakčních nákladů.

Tento vztah představuje pouze zjednodušenou verzi výpočtu transakčních nákladů, neboť změna i -tého aktiva v portfoliu neodpovídá aktivnímu zásahu. Jelikož je tato změna způsobena z části cenovými změnami jednotlivých aktiv v portfoliu, podíl $x_{i,t-1}^P$ se musí nejprve přepočíst na

$$z_{i,t}^P = \frac{(1 + R_{i,t}) \cdot x_{i,t-1}^P}{\sum_{k=1}^N (1 + R_{k,t}) \cdot x_{k,t-1}^P}, \quad (3.10)$$

kde $z_{i,t}^P$ je přepočtený podíl i -tého aktiva a $R_{i,t}$ je výnos i -tého aktiva v čase t .

Provedením tohoto přepočtu se úloha stává dynamickou a celkové transakční náklady se spočítají dle následujícího vztahu:

$$TC = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N tc_i \cdot |x_{i,t}^P - z_{i,t}^P|. \quad (3.11)$$

Jednou z variant zahrnutí transakčních nákladů, je předpoklad, že jsou plně financovány portfoliem a jsou uváděny jako samostatná investice. Pokud se dále předpokládá, že transakční náklady jsou proporcionálního charakteru a jsou totožné pro nákup i prodej pak:

$$u_{p,t} = \varphi \cdot |\Delta x_i|, \quad (3.12)$$

$$\text{kde } \Delta x_i = \sum_{i=1}^N x_{i,t+}^P + \sum_{i=1}^N x_{i,t-}^P,$$

přičemž $u_{p,t}$ je podíl transakčních nákladů na hodnotě portfolia v čase t , φ je sazba proporcionálních transakčních nákladů, $x_{i,t+}^P$ je zvýšení podílu i -tého aktiva v portfoliu z titulu jeho nákupu a $x_{i,t-}^P$ je snížení podílu i -tého aktiva z titulu jeho prodeje.

Pro zahrnutí proporcionálních transakčních nákladů do úlohy stanovení optimálního portfolia aktiv na bázi střední hodnoty funkce užitku popsanou v podkapitole 3.2.2.2, za předpokladu, že jsou financovány z bohatství portfolia, lze rozšířit úlohu stanovení optimálního portfolia v závislosti na postoji investora k riziku o následující rovnici (podmínku):

Účelová funkce

$$E[U(R_{P,t})] = E(R_{P,t}) - k \cdot \sigma_{P,t}^2 \rightarrow \max.$$

Omezující podmínky

$$\sum_{i=1}^N x_{i,t}^P + \varphi \cdot |\Delta x_i| = 1, \text{ pro } t = 1, \dots, T, \quad (\text{P1})$$

$$x_{i,t}^P \geq 0, \text{ pro } i=1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$\text{kde } x_{i,t}^P = \frac{(1 + R_{i,t}) \cdot x_{i,t-1}^P}{\sum_{k=1}^N (1 + R_{k,t}) \cdot x_{k,t-1}^P} + x_{i,t+}^P - x_{i,t-}^P, \text{ pro } i = 1, \dots, T, \quad (\text{R1})$$

$$E(R_{P,t}) = \sum_i x_{i,t}^P \cdot E(R_{i,t}) = \vec{x}^T \cdot E(\vec{R}), \quad (\text{R2})$$

$$\sigma_P^2 = \sum_i \sum_j x_{i,t}^P \cdot \sigma_{ij} \cdot x_{j,t}^P = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}, \quad (\text{R3})$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_j. \quad (\text{R4})$$

Podmínkou (P1) je zajištěno investování celého bohatství portfolia, přičemž část je spotřebována vlivem proporcionálních nákladů spojených s restrukturalizací portfolia. Podmínka (P2) zamezuje možnost krátkého prodeje aktiv.

3.3 Řízení portfolia

Po fázi sestavení portfolia následuje fáze správy a revize portfolia. Obecně lze strategii správy portfolia rozlišit na aktivní a pasivní. Pasivní správou se rozumí vytvoření portfolia cenných papírů a jeho držení po relativně dlouhou dobu s malými a málo častými změnami. V případě pasivní správy se mění celkové složení portfolia pouze tehdy, když se změní investorovy preference.

Naopak aktivní správa představuje v průběhu životnosti portfolia provádění aktivní revize portfolia. Aktivní investoři věří, že vzhledem k měnícímu se ekonomickému prostředí a

majetkové struktury investora, je třeba neustále kontrolovat, zda portfolio v průběhu své životnosti přináší očekávaný výnos ve vztahu k riziku. Průběžné hodnocení výkonnosti portfolio se provádí z důvodu, že v průběhu času jsou k dispozici nové údaje, které mají vliv na původní předpovědi týkající se výnosů a rizika a které mohou ovlivnit celé investiční rozhodnutí. Navíc ceny aktiv obsažených v portfoliu se mění a tím i složení portfolio.

Revize portfolio se provádí v případě, že investor změnil postoj k riziku a výnosnosti, nebo se změnil investorovy předpovědi. Cílem je pak identifikovat nové optimální portfolio a to tak, že po provedení restrukturalizace aktuálního portfolio, bude investor držet optimální portfolio. Proces revize portfolio však není tak jednoduchý, jak se zdá, protože provádění jakékoli revize je spojeno se vznikem transakčních nákladů. Jejich existence znamená pro investora provádějícího revizi portfolio značné komplikace. Čím jsou zásahy častější, tím větší jsou náklady s nimi spojené. Proto výhody každé revize musí vyvážit náklady na provádění této revize. Na revizi lze pohlížet jako na proces, který přináší určitý prospěch – buď zvýšení očekávané výnosnosti portfolio, nebo snížení rizika nebo obojí.

Otázkou zůstává jak často provádět revizi portfolio. Odpověď závisí na řadě faktorů, mezi něž patří typ investiční strategie nebo transakční náklady. Obecně lze rozlišit následující tři různé přístupy k řízení portfolio:

1. kalendářní revize,
2. hraniční revize,
3. rozsahové revize.

Pokud se revize portfolio provádí pravidelně v určitých intervalech například týdně, měsíčně nebo čtvrtletně, pak se jedná o tzv. kalendářní revizi. Dalším z možných způsobů jak určit moment provedení změny ve struktuře portfolio, tak aby jeho složení odpovídalo optimálnímu, je stanovení určité hranice např. 10 % a v případě, že se portfolio liší o více než 10 % od své optimální hodnoty, provede se revize. Tato revize je označovaná jako hraniční. Posledním typem jsou tzv. rozsahové revize, jež jsou založeny na stanovení určitého rozmezí, v němž by se optimální hodnota portfolio měla pohybovat. Pokud se hodnota portfolio dostane mimo toto rozmezí, provede se revize, jejíž smyslem je dostat portfolio zpět do daného rozmezí, viz Fabozzi, Focardi, Kolm (2006).

4. TVORBA A ŘÍZENÍ OPTIMÁLNÍHO PORTFOLIA

V této kapitole je na základě výše popsaných teoretických přístupů sestaveno optimální portfolio pro rizikově averzního investora. Nejprve je provedena volba vhodného procesu modelování parametrů akcií. Poté následuje simulace náhodného vývoje kurzů jednotlivých akcií pomocí vybraného procesu. Z predikovaných kurzů jsou dopočteny výnosy a následně stanoveny očekávané výnosy a směrodatné odchylky akcií. Poté následuje samotné sestavení portfolio, nejprve pro první měsíc bez zahrnutí transakčních nákladů a poté na další tři měsíce již se zahrnutím transakčních nákladů. Výpočty struktury portfolio jsou doplněny o stanovení hodnoty VaR. V závěru kapitoly je provedeno shrnutí vypočtených výsledků.

4.1 Charakteristika vstupních informací

Úkolem je sestavit optimální portfolio akcií pro daného investora, který je rizikově averzní a následně v určitých intervalech provést restrukturalizaci portfolio. Pro investora bylo vybráno 5 akciových titulů, se kterými se obchoduje na Burze cenných papírů Praha, a. s. a které patří k nejvýznamnějším a nejatraktivnějším, které lze na českém kapitálovém trhu najít. Přehled vybraných titulů je zachycen v Tab. 4.1.

Tab. 4.1 Přehled vybraných titulů

ISIN	Název	Odvětví
CZ0005112300	ČEZ	energetika
AT0000652011	Erste group bank	bankovníctví
CZ0008019106	Komerční banka	bankovníctví
CZ0009093209	Telefónica O2 C.R.	telekomunikační služby
CZ0009091500	Unipetrol	zpracování ropy a petrochemie

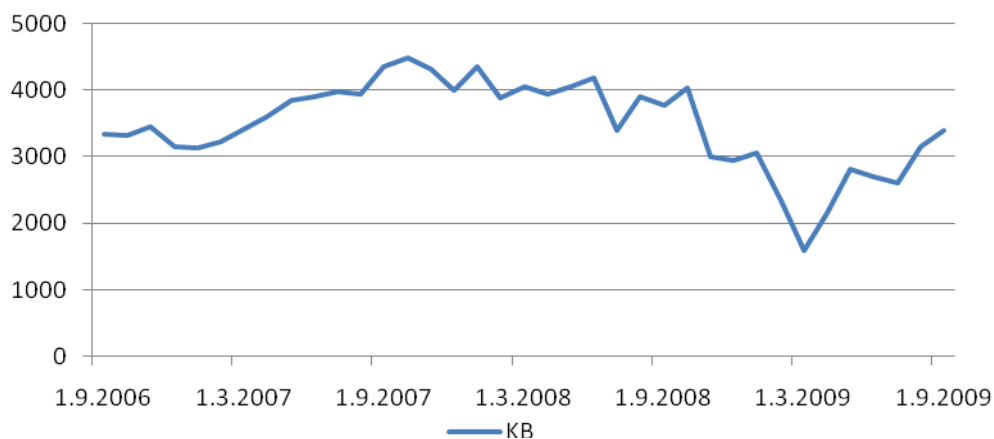
Zdroj: BCPP

Vybrané akciové tituly jsou obchodovány v systému SPAD a jsou umístěny na hlavním trhu Burzy cenných papírů Praha, a. s. Jak lze z uvedené tabulky vyčíst, jedná se o akciové tituly z různých odvětví, čímž by mělo být vytvořeno portfolio dostatečně diverzifikované. Částka, která je určena k investici, je 150 000 Kč.

Délka investičního procesu je stanovena od 1. října 2009 do 31. ledna 2010. Horizont investičního procesu jsou 4 měsíce, přičemž na začátku každého měsíce je provedena restrukturalizace portfolio. Po dobu předcházejících tří let, tedy od 1. září 2006 do 1. září

2009, byly sledovány kurzy akcií vždy k prvnímu dni obchodování v daném měsíci. Veškerá vstupní data byla získána z internetové stránky Burzy cenných papírů Praha, a. s. www.bcpcp.cz. Pro názornost jsou vývoje jednotlivých kurzů akcií zobrazeny v následujících grafech.

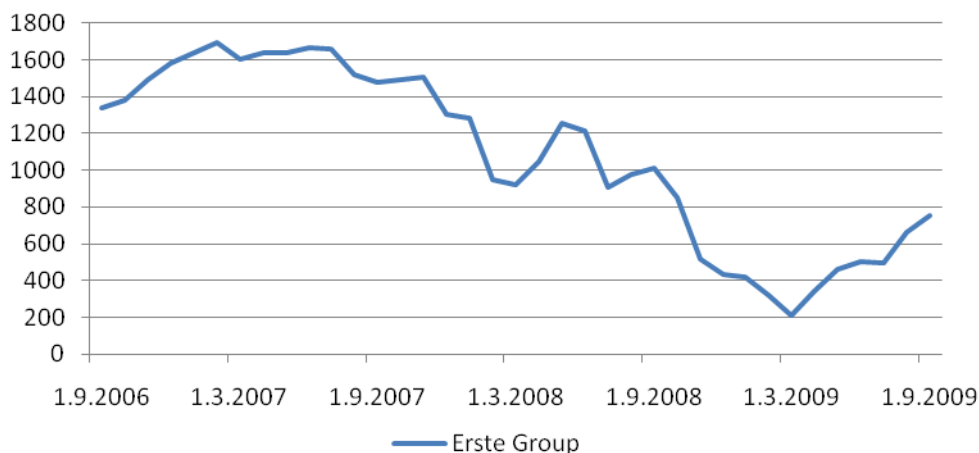
Obr. 4.1 Vývoj kurzu akcií Komerční banky



Zdroj: BCPP

Z Obr. 4.1 lze vyčíst rozkolísanost kurzu akcií Komerční banky. K největším změnám ve vývoji kurzu dochází v druhé polovině sledovaného období, kdy lze sledovat jeho klesající trend. Zejména počátkem roku 2009 je zaznamenán rapidní propad kurzu akcií, kdy z hodnoty 4 478 Kč, které kurz dosáhl v říjnu 2007, postupně klesl v březnu 2009 až na hodnotu 1582 Kč. Od dubna 2009 lze pozorovat opět nárůst kurzu akcií Komerční banky.

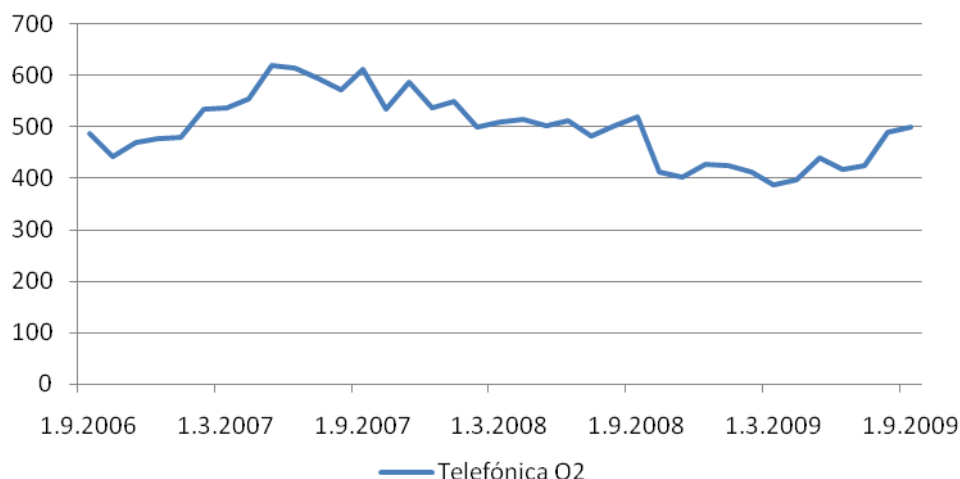
Obr. 4.2 Vývoj kurzu akcií Erste Group bank



Zdroj: BCPP

Další z akcií, u nichž je možné zaznamenat prudký propad kurzu, jsou akcie společnosti Erste Group bank, které dosáhly nejvyšší hodnoty 1 695 Kč v únoru 2007 a poté se postupně dostaly až na hodnotu 209,50 Kč, které dosáhly v březnu 2009 a která představuje za sledované 3 roky nejnižší hodnotu kurzu akcií Erste Group bank. K nárůstu kurzu dochází od dubna 2009.

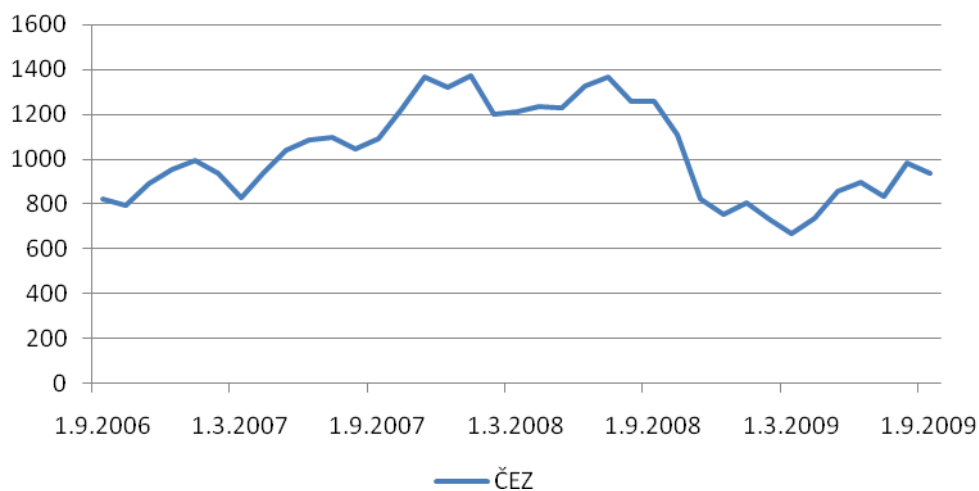
Obr. 4.3 Vývoj kurzu akcií společnosti Telefónica O2 C.R.



Zdroj: BCPP

Vývoj kurzu akcií společnosti Telefónica O2 C.R. lze považovat v porovnání s ostatními vybranými akciemi za nejstabilnější. Akcie mají rostoucí tendence až do října 2007, kdy začínají klesat a v březnu 2009 se dostávají na svou nejnižší hodnotu. Poté stejně jako u předchozích akcií lze zaznamenat nárůst kurzu akcií společnosti Telefónica O2 C.R. Nejvyšší hodnoty 619 Kč kurz dosáhnul v únoru 2007, naopak nejnižší 387,50 Kč v březnu 2009.

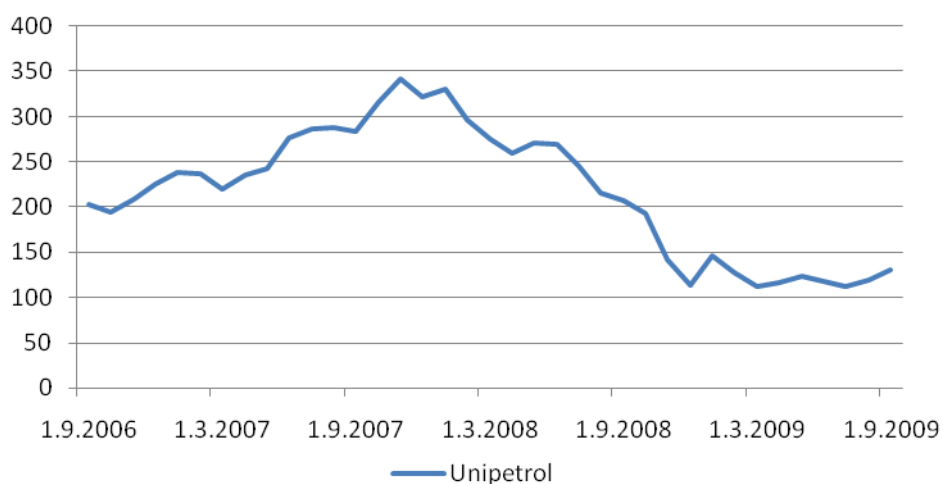
Obr. 4.4 Vývoj kurzu akcií společnosti ČEZ



Zdroj: BCPP

Z Obr. 4.4 je možné vyčíst nejprve rostoucí trend kurzu akcií ČEZu, který trvá až do ledna 2008, kdy kurz dosahuje svého maxima v hodnotě 1 373 Kč. Od února 2008 do března 2009 akcie ČEZu zaznamenávaly pokles, kurz se propadnul až na 665,30 Kč. Ode dna se odrazil v dubnu 2009 a od té doby lze opět vypořizovat jeho rostoucí trend.

Obr. 4.5 Vývoj kurzu akcií společnosti Unipetrol



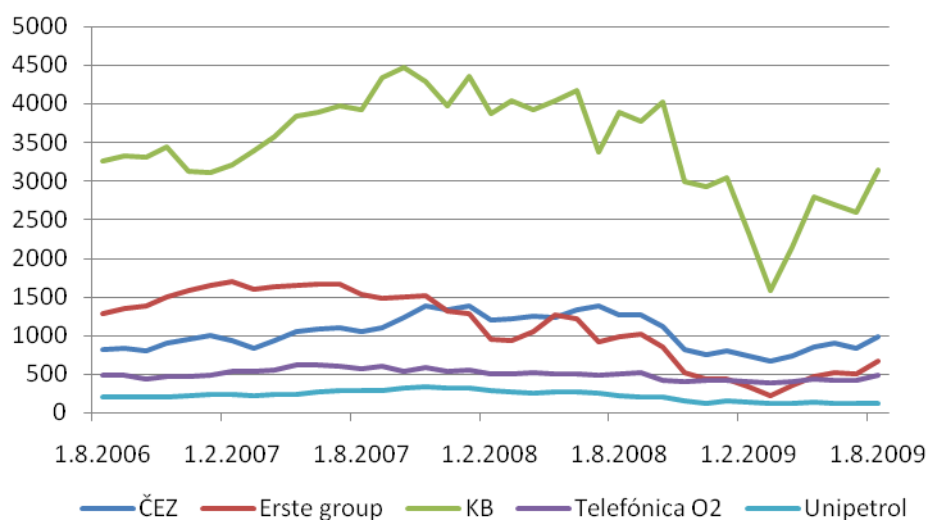
Zdroj: BCPP

V případě vývoje kurzu akcií společnosti Unipetrol lze říct, že do konce roku 2007 byl vývoj příznivý. Kurz akcií se od září 2006 do listopadu 2007 vyšplhal z 203,30 Kč na 341 Kč.

Od té doby zaznamenával už jen pokles. Nejnižší hodnoty dosáhl v březnu 2009, a to 112,50 Kč. Poté s mírným kolísáním začal opět růst.

Pro vzájemné porovnání jsou vývoje všech kurzů vybraných akcií zobrazeny v následujícím grafu. Vývoje kurzů akcií byly sledovány stejně jako v případě jednotlivých grafů od 1. září 2006 do 1. září 2009.

Obr. 4.6 Vývoj kurzů akcií od 1.9.2006 do 1.9.2009



Zdroj: BCPP

Jak lze z Obr. 4.6 vyčíst, za poměrně stabilní lze považovat akcie společnosti Telefónica O2 C.R. a také ČEZu, u kterých sice došlo k poklesům, ale v porovnání s ostatními akciemi tyto poklesy nebyly tolik výrazné. Naopak akcie, u nichž byly zaznamenány největší propady kurzu, jsou akcie společností Erste Group bank a Komerční banka. V případě kurzu akcií společnosti Unipetrol došlo také k poklesu, ale dá se říct, že kurz není natolik rozkolísaný jak například u akcií Komerční banky.

Ze zjištěných kurzů vybraných akcií jsou dopočteny podle vzorce (2.1) diskrétní výnosy akcií, které jsou následně použity pro výpočet střední hodnoty výnosů, rozptylu a směrodatné odchylky výnosů jednotlivých akcií. Střední hodnoty výnosů byly propočteny jako průměr měsíčních výnosů podle vzorce (2.3) a rozptyl výnosů podle vzorce (2.4). Poté je z rozptylu vypočtena podle vzorce (2.5) směrodatná odchylka výnosů jednotlivých akcií. V následující tabulce jsou zachyceny výsledné hodnoty.

Tab. 4.2 Vstupní hodnoty

Název	Očekávaný výnos $E(R_i)$	Rozptyl $\sigma^2(R_i)$	Směrodatná odchylka $\sigma(R_i)$
ČEZ	1,06%	0,0087	9,31%
Erste Group bank	0,25%	0,0339	18,41%
Komerční banka	0,97%	0,0166	12,88%
Telefónica O2 C.R.	0,38%	0,0049	6,98%
Unipetrol	-0,63%	0,0095	9,74%

Jak lze vyčíst z uvedené tabulky, nejvyšší očekávaný výnos vykazují akcie ČEZu a to 1,06 %. S tímto výnosem je spojeno riziko ve výši 9,31 %. Další z akcií, u kterých lze očekávat poměrně vyšší výnos, jsou akcie společnosti Erste Group bank, a to 0,97 %. Tento výnos je ale spojen s rizikem 18,41 %. Jde tedy o nejrizikovější akcie. Naopak akcie s nejnižším rizikem představují akcie společnosti Telefónica O2 C. R., u kterých se ale očekává výnos pouze ve výši 0,38 %.

Pro zjištění statistické závislosti mezi výnosy jednotlivých akcií je z měsíčních výnosů vypočtena podle vzorce (2.6) kovarianční matice. Tato matice je zachycena v Tab. 4.3.

Tab. 4.3 Kovarianční matice

	ČEZ	Erste	KB	O2	Unipetrol
ČEZ	0,0087	0,0109	0,0065	0,0029	0,0065
Erste	0,0109	0,0339	0,0200	0,0058	0,0093
KB	0,0065	0,0200	0,0166	0,0038	0,0057
O2	0,0029	0,0058	0,0038	0,0049	0,0015
Unipetrol	0,0065	0,0093	0,0057	0,0015	0,0095

Z vypočtených kovariancí jsou doloženy podle vzorce (2.7) korelační koeficienty jednotlivých akcií. Optimálním cílem každého investora by mělo být zahrnutí takových akcií do portfolia, které jsou navzájem negativně korelovány, tzn. pohybují se opačně. Následující tabulka obsahuje korelace výnosů akcií.

Tab. 4.4 Korelační matice

	ČEZ	Erste	KB	O2	Unipetrol
ČEZ	1,00	0,63	0,54	0,45	0,72
Erste	0,63	1,00	0,85	0,45	0,52
KB	0,54	0,85	1,00	0,42	0,46
O2	0,45	0,45	0,42	1,00	0,22
Unipetrol	0,72	0,52	0,46	0,22	1,00

Jak lze z Tab. 4.4 vyčíst, nejmenší přímá závislost je mezi výnosy akcií společnosti Komerční banka a Telefónica O2 C.R. (0,42). Největší přímá závislost je mezi akciemi společnosti Komerční banka a Erste Group bank (0,85). Nepřímá závislost není pozorována u žádné z vybraných akcií.

4.2 Predikce charakteristik aktiv

Predikce charakteristik aktiv se provádí pomocí simulace náhodného vývoje kurzů jednotlivých akcií. Existuje řada modelů, pomocí nichž lze simulaci provést. Nejvýznamnější z nich byly popsány v II. kapitole. Pro připomenutí jde o Brownův aritmetický a geometrický model, aritmetický a geometrický Ornstein-Uhlenbeck model. Nejprve je zapotřebí zjistit, podle kterého modelu (procesu) se jednotlivé kurzy akcií vyvíjí.

4.2.1 Volba vhodného modelu

Z výše jmenovaných procesů je vybrán Brownův geometrický a aritmetický model, jelikož jde o akciové portfolio a předpokladem je, že kurzy akcií se vyvíjí podle těchto dvou procesů. Aby bylo možné zjistit, který z těchto dvou modelů je vhodnější pro následnou simulaci, jsou pomocí nich modelovány měsíční kurzy jednotlivých akcií během posledních tří let (tj. od 1.9.2006 do 1.9.2009). Brownův aritmetický proces je modelován podle vzorce (2.20) a Brownův geometrický proces podle vzorce (2.14). Cílem je minimalizace součtu čtverců reziduí, tedy aby rozdíl skutečných a modelovaných kurzů byl co nejnižší, což je také kritériem výběru vhodného modelu. Výsledné hodnoty jsou zobrazeny v Tab. 4.5.

Tab. 4.5 Součet čtverců reziduí

Název	Brownův geometrický proces	Brownův aritmetický proces
ČEZ	337 038,90	331 362,87
Erste Group bank	623 512,75	611 298,67
Komerční banka	5 402 446,94	5 315 293,89
Telefónica O2 C.R.	47 873,21	47 627,88
Unipetrol	13 445,85	13 470,30

Porovnáním hodnot jednotlivých procesů je zjištěno, že pouze v případě kurzu akcií společnosti Unipetrol, nabývá součet čtverců reziduí nižší hodnoty u geometrického Brownova procesu, a tedy predikce kurzu akcií Unipetrolu je provedena pomocí tohoto procesu. U zbylých kurzů je patrné, že dané kritérium splňuje aritmetický Brownův proces a proto tento proces je použit pro modelování kurzů ostatních akcií.

4.2.2 Simulace náhodného vývoje kurzů akcií

Poté co jsou vybrány vhodné modely (procesy) pro simulaci náhodného vývoje kurzu akcií, je provedena samotná simulace. Prvním krokem je generování náhodných čísel. Pro generování je použit modul *Generátor pseudonáhodných čísel* programu MS Excel. Přesto, že tento generátor nesplňuje zcela požadavky na profesionální kvalitu, lze jeho výsledky považovat za velmi dobré a věrohodné. Náhodné veličiny z normovaného normálního rozdělení jsou generovány pro 1 000 scénářů a 4 kroky, které představují čtyřměsíční investiční horizont.

Jelikož se jedná o sestavení portfolia akcií, je třeba při predikci jejich kurzu zohlednit jejich vzájemné korelace. Nejprve je nutné sestavit korelační matici, která je vypočtena podle vzorce (2.7) z diskrétních měsíčních výnosů za období 1.9.2006 - 1.9.2009. Z této matice je dále vypočtena podle vzorce (2.6) kovarianční matice, která je použita pro výpočet Choleského dekompoziční matice P . Výpočet této matice je proveden podle vzorců (2.30) až (2.33). Po celou dobu se předpokládá konstantní kovarianční matice C . Náhodné veličiny včetně korelací jsou pak vypočteny podle vzorce (2.34).

Podle zvoleného procesu, jsou vypočteny budoucí hodnoty kurzů jednotlivých akcií pro měsíc říjen pro každý ze scénářů. Pro propočtení kurzu akcií společnosti Unipetrol je použit diskrétní Brownův geometrický proces, tedy vzorec (2.21). Budoucí kurzy ostatních akcií jsou

vypočteny podle Brownova aritmetického procesu a tedy podle vzorce (2.24). Jako výchozí kurz se bere poslední známý kurz, tj. k 1.9.2009.

Z vypočtených kurzů jsou dále zjištěny podle vzorce (2.1) diskrétní výnosy akcií pro všechny scénáře. Očekávané výnosy jednotlivých akcií jsou vypočteny jako průměr výnosů podle všech scénářů v každém kroku. Následně je pro očekávané výnosy dopočtena podle vzorce (3.3) směrodatná odchylka výnosů. Očekávané výnosy včetně směrodatných odchylek pro měsíc říjen jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.6 Očekávané výnosy pro říjen 2009

Název	Očekávaný výnos $E(R_i)$	Směrodatná odchylka $\sigma(R_i)$
ČEZ	0,91%	9,72%
Erste Group bank	-1,21%	16,96%
Komerční banka	0,50%	11,26%
Telefónica O2 C.R.	0,46%	7,06%
Unipetrol	-0,06%	9,58%

Největší výnos (0,91 %) se v říjnu očekává u akcií ČEZu, tento výnos je kompenzovaný rizikem 9,72 %. Za výnosné se dají považovat kromě akcií společnosti ČEZ, také akcie Komerční banky (0,50 %) a Telefónica O2 C. R (0,46 %). Naopak u akcií společností Erste Group bank a Unipetrol se očekává ztráta. Z hlediska rizikovosti se za nejbezpečnější jeví akcie společnosti Telefónica O2 C.R. (7,06 %), naopak největší riziko je spojeno s investováním do akcií Erste Group bank (16,96 %).

Jelikož se vždy po uplynutí jednoho měsíce očekává sestavení nového portfolia, jsou vypočteny budoucí kurzy včetně očekávaných výnosů a směrodatné odchylky pro další 3 období, přičemž výchozími hodnotami pro predikci kurzů jsou očekávané hodnoty kurzů předcházejícího měsíce. Postup predikce je stejný jako v prvním případě. Očekávané výnosy a směrodatné odchylky jsou uvedeny v Tab. 4.7.

Tab. 4.7 Očekávané výnosy pro listopad 2009

Název	Očekávaný výnos $E(R_i)$	Směrodatná odchylka $\sigma(R_i)$
ČEZ	0,55%	0,06%
Erste Group bank	-3,09%	18,08%
Komerční banka	-0,13%	11,16%
Telefónica O2 C.R.	0,25%	7,06%
Unipetrol	-1,05%	9,45%

Porovnáním hodnot v Tab. 4.7 s hodnotami v Tab. 4.6 lze pozorovat, že se očekává pokles výnosů všech akcií. Největší propad je u akcií Erste Group bank, u kterých se očekává ztráta -3,99 % při riziku 18,08 %. Pouze u akcií společnosti ČEZ a Telefónica O2 C. R. lze předpokládat kladný výnos a to 0,55 % a 0,25%, přičemž akcie těchto dvou společností patří k nejméně rizikovým.

Výpočet budoucích kurzů jednotlivých akcií pro měsíc prosinec je stejný jako v předchozích dvou případech, pouze s tím rozdílem, že jako vstupní hodnoty kurzu jsou použity očekávané kurzy pro měsíc listopad. Očekávané výnosy a směrodatné odchylky výnosů pro prosinec jsou zachyceny v Tab. 4.8.

Tab. 4.8 Očekávané výnosy pro prosinec 2009

Název	Očekávaný výnos $E(R_i)$	Směrodatná odchylka $\sigma(R_i)$
ČEZ	0,83%	9,98%
Erste Group bank	-1,70%	19,88%
Komerční banka	0,65%	11,79%
Telefónica O2 C.R.	0,22%	7,11%
Unipetrol	-0,60%	9,82%

Podle predikce na prosinec by se očekávané výnosy všech akcií měly zvýšit. Zejména výnos akcií Erste Group bank by měl z listopadové hodnoty -3,09 % vzrůst na hodnotu -1,70 %, stále ale zůstává v záporných číslech. Stejně tak rizikovost těchto akcií je nejvyšší ze všech, a to 19,88 %. Naopak obrát se očekává u výnosu akcií Komerční banky, které by v měsíci listopadu měly být ztrátové (-0,13 %), ale v prosinci by měly dosáhnout již kladných hodnot (0,65 %). Přesto stále patří k dosti rizikovým. Jako akcie s nejmenším rizikem (7,11 %) lze označit akcie společnosti Telefónica O2 C. R.

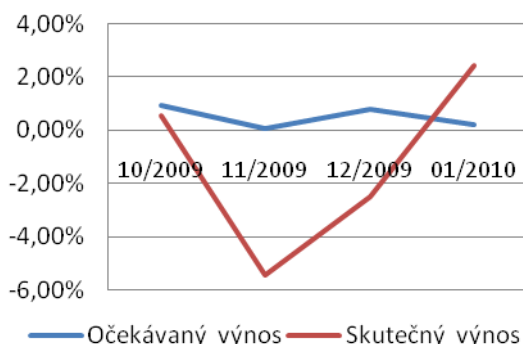
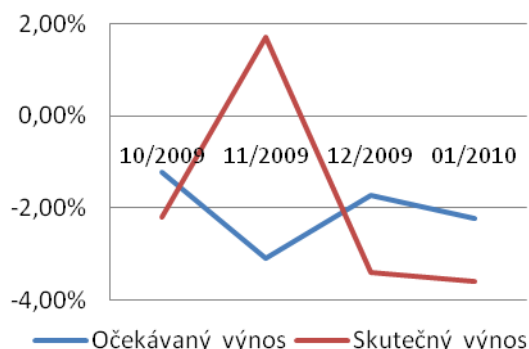
Posledním predikovaným obdobím je leden 2010. Opět se při predikci kurzů vychází z hodnot očekávaných kurzů předcházejícího měsíce, v tomto případě se jedná o měsíc prosinec. Výsledné hodnoty jsou opět zobrazeny v následující tabulce.

Tab. 4.9 Očekávané výnosy pro leden 2010

Název	Očekávaný výnos $E(R_i)$	Směrodatná odchylka $\sigma(R_i)$
ČEZ	0,19%	9,99%
Erste Group bank	-2,21%	43,46%
Komerční banka	-0,10%	11,54%
Telefónica O2 C.R.	-0,01%	7,29%
Unipetrol	-1,12%	9,53%

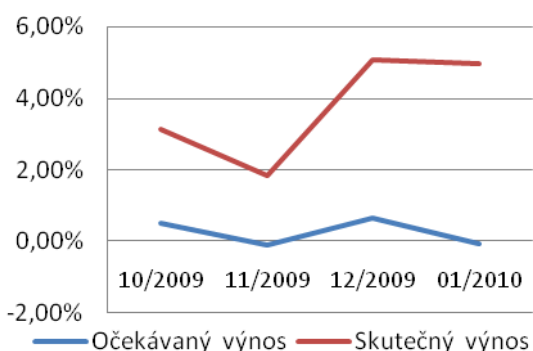
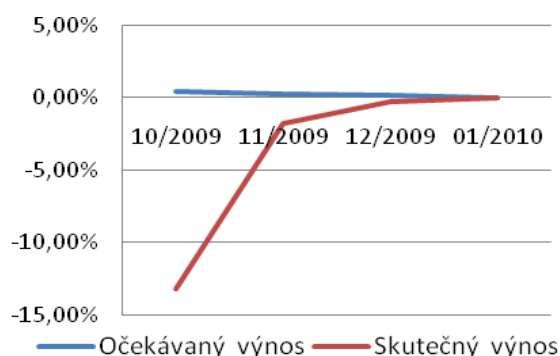
Jak je z Tab. 4.9 patrné, očekává se pokles výnosů všech akcií. K rapidnímu propadu by mělo dojít u výnosu akcií společnosti ČEZ, který by měl klesnout z hodnoty 0,83 % na pouhých 0,19 %. I přesto by měly být tyto akcie jediné, u kterých se v měsíci lednu očekává výnos. U akcií ostatních společností se očekává ztráta, přičemž největší u akcií Erste Group bank (-2,21 %), u kterých se riziko vyšplhalo až na hodnotu 43,46 % a v rámci portfolia patří k nejrizikovějším aktivům. Nejmenší riziko se očekává u akcií společnosti Telefónica O2 C.R (7,29 %).

Po skončení investičního procesu, tj. 31.1.2010, jsou zjištěny z internetových stránek Burzy cenných papírů Praha, a. s. skutečné kurzy akcií za předcházející 4 měsíce vždy k prvnímu dni obchodování v měsíci. Ze zjištěných kurzů jsou dopočteny diskrétní výnosy podle vzorce (2.1). Porovnání skutečných výnosů jednotlivých akcií s očekávanými je zobrazeno v následujících grafech.

Obr. 4.7 Výnosy ČEZ**Obr. 4.8 Výnosy Erste Group bank**

Z Obr. 4.7 lze vyčíst, že v měsíci říjnu se očekával pokles výnosu akcií společnosti ČEZ. Výnos akcií opravdu klesl, ale v ještě větším rozsahu než se předpovídalo. V měsíci listopadu se naopak očekával nárůst výnosu akcií, ke kterému opravdu došlo. Rozdíly ve vývoji skutečného a predikovaného kurzu lze pozorovat až od prosince 2009, kdy se očekával pokles výnosu akcií, který se ale neuskutečnil. Naopak akcie ČEZu zaznamenaly zvýšení výnosu. Stejně tomu bylo i v měsíci lednu.

Z Obr. 4.8 je patrné, že porovnáním očekávaných výnosů společnosti Erste Group bank se skutečnými, lze pozorovat velké rozdíly. Od měsíce října do měsíce listopadu, se výnosy vyvíjely zcela opačně, než se předpokládalo. Ke sjednocení vývoje dochází v měsíci prosinci, kdy jak očekávaný, tak i skutečný výnos začal klesat.

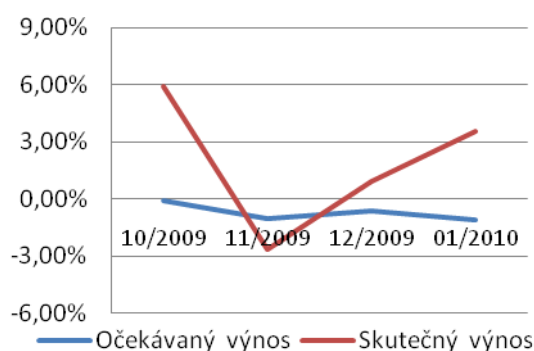
Obr. 4.9 Výnosy Komerční banka**Ob. 4.10 Výnosy Telefónica O2 C.R.**

Jak lze z Obr. 4.9 vyčíst, v případě vývoje výnosu akcií Komerční banky, byla predikce poměrně úspěšná. Skutečný výnos se sice pohybuje nad očekávaným, ale u obou lze

za sledované období pozorovat stejné změny ve vývoji. Výnos v říjnu klesl, aby v následujícím měsíci vzrostl a poté opět klesl.

V případě výnosu společnosti Telefónica O2 C.R. se neočekávaly výrazné změny ve vývoji. Výnos měl mít mírně klesající trend, až nakonec v měsíci lednu měl dosáhnout záporné hodnoty. Ve skutečnosti záporné hodnoty byly zaznamenány již v měsíci říjnu. V následujícím období výnos výrazně vzrostl a nárůst pokračoval i v měsíci prosinci. V posledním sledovaném měsíci dochází ke sjednocení očekávaného a skutečného kurzu.

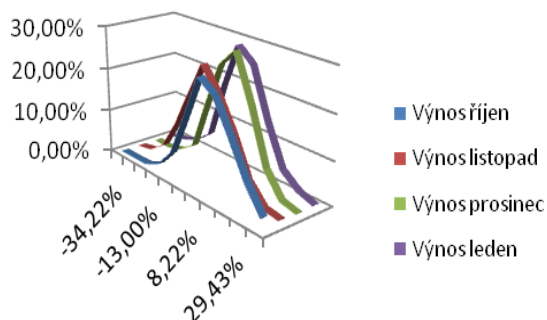
Obr. 4.11 Výnosy Unipetrol



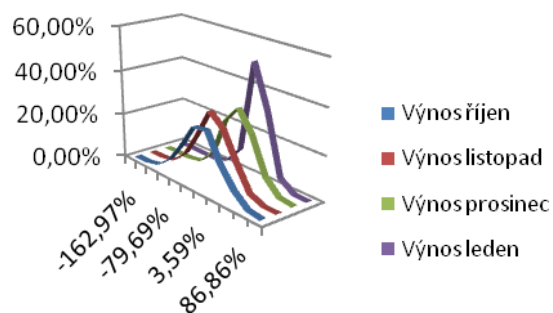
Poslední ze sledovaných výnosů je výnos akcií společnosti Unipetrol. Stejně jako v předchozím případě, se příliš neočekávaly velké změny v jeho vývoji. Výnos měl po celou dobu kolísat pod nulovou hranicí. Skutečný vývoj byl ale odlišný. Nejprve došlo k výraznému propadu výnosu a následně k neočekávanému růstu, který trval až do konce sledovaného období.

Na závěr jsou ještě přidány grafy rozdělení pravděpodobnosti očekávaných výnosů jednotlivých druhů akcií za všechny 4 období.

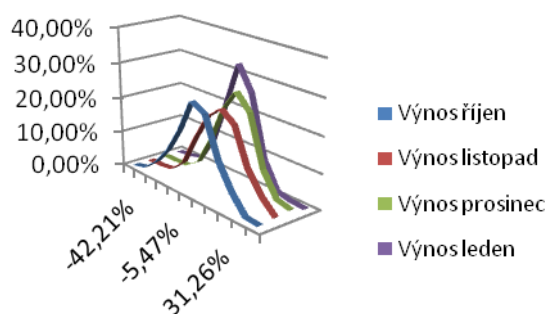
Obr. 4.12 Rozdělení pr-sti ČEZ



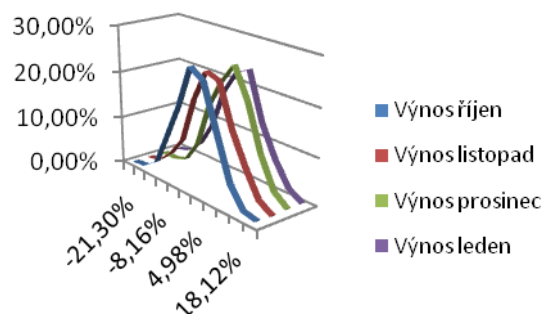
Obr. 4.13 Rozdělení pr-sti Erste Group bank



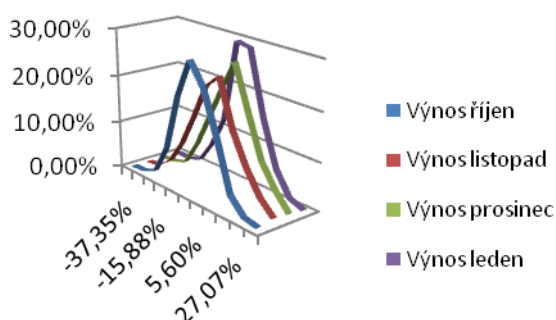
Obr. 4.14 Rozdělení pr-sti KB



Obr. 4.15 Rozdělení pr-sti Telefónica O2 C.R.



Obr. 4.16 Rozdělení pr-sti Unipetrol



4.3 Sestavení optimálního portfolia

Po provedení predikce vstupních parametrů (očekávaných výnosů a směrodatné odchylky), následuje samotné sestavení portfolia. Úkolem je sestavit pro daného rizikově averzního investora portfolio složené s 5 vybraných druhů akcií, přičemž je povolen krátký

prodej těchto akcií. Po uplynutí jednoho měsíce musí být provedena revize portfolia, která se opakuje vždy na začátku každého měsíce.

4.3.1 Postup sestavení portfolia

Při sestavování portfolia se vychází z Markowitzova selektivního modelu, který byl popsán v kapitole 3.2.1. Optimální portfolio je stanoveno na bázi maximalizace střední hodnoty funkce užitku v závislosti na přístupu investora k riziku. Koeficient vyjadřující postoj investora k riziku je stanoven ve výši 0,5. Původní omezující podmínky modelu jsou upraveny o možnost omezeného krátkého prodeje akcií. Formulace úlohy pro první měsíc (říjen 2009) je následující.

Účelová funkce

$$E[U(R_p)] = E(R_p) - 0,5 \cdot \sigma_p^2 \rightarrow \max.$$

Omezující podmínky

$$\sum_i x_i = 1 \quad (\text{P1})$$

$$x_i \geq -1, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$\text{kde } E(R_p) = \sum_i x_i \cdot E(R_i) = \vec{x}^T \cdot E(\vec{R}), \quad (\text{R1})$$

$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}, \quad (\text{R2})$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_j. \quad (\text{R3})$$

Účelová funkce vyjadřuje maximalizaci střední hodnoty funkce užitku výnosů $E[U(R_p)]$. $E(R_p)$ je střední hodnota výnosu portfolia, k je parametr vyjadřující míru postoje investora k riziku, σ_p^2 je rozptyl výnosu portfolia aktiv, x_i je podíl investovaný do jednotlivých aktiv, σ_{ij} je kovariance aktiva i a j , \vec{x} , $E(\vec{R})$ jsou vektory a C je kovarianční matice.

Podmínkou (P1) je zajištěno, že součet všech relativních podílů x_i je roven 1, tedy je možné investovat pouze tolik prostředků, kolik je k dispozici. Podmínkou (P2) je umožněn krátký prodej aktiv.

Rovnice (R1) a (R2) popisují propočet střední hodnoty výnosu a rozptyl portfolia. Rovnice (R3) vyjadřuje kovarianci mezi aktivy, kde ρ_{ij} jsou korelace.

Celá úloha je řešena v MS Excel. Nejprve je podle rovnice (R3) dopočtena kovarianční matice C . Poté je připraven vektor proměnných \bar{x} pro optimální strukturu portfolia, podle rovnice (R1) propočtena střední hodnota výnosu portfolia, podle rovnice (R2) vypočten rozptyl portfolia a na závěr podle rovnice (R3) z rozptylu dopočtena směrodatná odchylka portfolia. Optimální složení portfolia je nalezeno pomocí *Řešitele* jako úloha nelineárního programování.

Struktura hledaného portfolia včetně střední hodnoty výnosu, rozptylu a směrodatné odchylky je uvedena v Tab. 4.10.

Tab. 4.10 Struktura portfolia říjen 2009

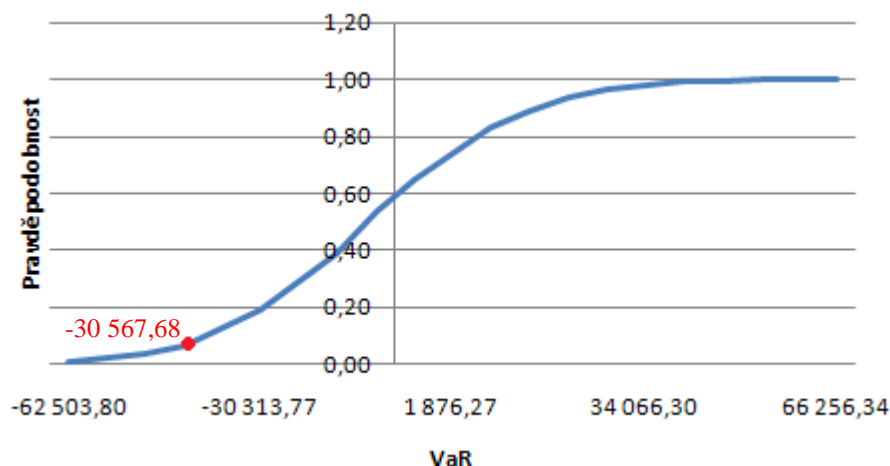
Název	Struktura portfolia x	Absolutní vyjádření
ČEZ	212,90%	319 356,83
Erste Group bank	-100,00%	-150 000,00
Komerční banka	87,58%	131 363,74
Telefónica O2 C.R.	-0,48%	-720,56
Unipetrol	-100,00%	-150 000,00
$E(R_p)$	3,64%	5 467,20
$\sigma^2(R_p)$	0,0192	2 876,16
$\sigma(R_p)$	13,85%	20 770,75

Jak lze Tab. 4.10 vyčíst, největší podíl na portfoliu mají akcie společnosti ČEZ, a to 212,90 %, což znamená, že investor by měl vložit 319 356,83 Kč do těchto finančních aktiv. Dále se doporučuje investovat do akcií Komerční banky a to ve výši 87,58 %, tedy 131 363,74 Kč. Možnost využití krátkého prodeje se doporučuje u akcií společnosti Erste Group bank, Unipetrol a Telefónica O2 C.R. U prvních dvou druhů akcií by měl být uplatněn krátký prodej v plné výši, tedy 100 %, pouze u akcií společnosti Unipetrol ve výši 0,48 %. Výnos portfolia se očekává ve výši 3,64 % při podstoupeném riziku 13,85 %.

Dále je vypočtena hodnota veličiny Value at Risk, která je stanovena na hladině pravděpodobnosti 5 %. Nejprve jsou vypočteny simulované výnosy portfolia na měsíc říjen

pro všechny scénáře podle vzorce (3.7), které jsou poté seřazeny dle pořadí a hodnota VaR je nalezena pomocí vzorce (3.8). Vývoj hodnoty ztráty portfolia v měsíci říjnu zobrazuje následující graf.

Obr. 4.17 Distribuční funkce VaR říjen 2009



Vypočtená hodnota VaR je 30 567,68 Kč, což znamená, že predikovaná ztráta portfolia bude s pravděpodobností 5 % větší nebo rovna této hodnotě, nebo že výnos portfolia s pravděpodobností 5 % bude menší nebo roven částce -30 567,68 Kč.

4.4 Revize portfolia

Po uplynutí jednoho měsíce od sestavení původního portfolia je provedena jeho revize a následná restrukturalizace, jejíž smyslem je provedení takových změn ve struktuře portfolia, aby jeho složení odpovídalo optimálnímu. Tato revize se provádí i v dalších dvou měsících, přičemž se vychází z predikovaných hodnot parametrů (očekávaného výnosu a směrodatné odchylky) jednotlivých akcií.

4.4.1 Postup sestavení portfolia se zahrnutím transakčních nákladů

Postup sestavení nových portfolií je obdobný jako v případě prvního portfolia. Rozdíl spočívá pouze v zahrnutí transakčních nákladů, které jsou spojeny s restrukturalizací portfolia a které představují poplatky makléři za nákup a prodej jednotlivých druhů akcií. Jedná se o proporcionální náklady, jejichž sazba je stanovena ve výši 4 %. Formulace úlohy se zahrnutím transakčních nákladů je následující.

Účelová funkce

$$E(R_p) - 0,5 \cdot \sigma_p^2 \rightarrow \max.$$

Omezující podmínky

$$\sum_i x_{i,t} + \varphi \cdot |\Delta x_i| = 1, \text{ pro } t = 1, \dots, T, \quad (\text{P1})$$

$$x_{i,t} \geq -1, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

$$\text{kde } E(R_{p,t}) = \sum_i x_{i,t} \cdot E(R_{i,t}) = \vec{x}^T \cdot E(\vec{R}), \quad (\text{R1})$$

$$\sigma_{p,t}^2 = \sum_i \sum_j x_{i,t} \cdot \sigma_{ij,t} \cdot x_{j,t} = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}, \quad (\text{R2})$$

$$\sigma_{ij,t} = \sigma_{i,t} \cdot \rho_{ij,t} \cdot \sigma_{j,t}, \quad (\text{R3})$$

$$x_{i,t} = \frac{(1 + R_{i,t}) \cdot x_{i,t-1}}{\sum_i (1 + R_{k,t}) \cdot x_{k,t-1}} + \Delta x_i, \text{ pro } i = 1, \dots, N, \quad (\text{R4})$$

$$\Delta x_i = x_{i,t} - x_{i,t-1}, \text{ pro } i = 1, \dots, N, \quad (\text{R5})$$

kde φ je sazba proporcionálních transakčních nákladů, $R_{i,t}$ je výnos i -tého aktiva v čase t , $x_{i,t}$ je podíl i -tého aktiva v portfoliu v čase t a $x_{i,t-1}$ je podíl i -tého aktiva v portfoliu v čase $t-1$.

Podmínkou (P1) je zajištěno, že součet všech relativních podílů a transakčních nákladů se rovná 1. Podmínka (P2) zůstává stejná jak v předchozím případě.

Struktura portfolia na měsíc listopad včetně transakčních nákladů je uvedena v Tab. 4.11. Tabulka obsahuje také hodnotu očekávaného výnosu, rozptylu a směrodatné odchylky portfolia.

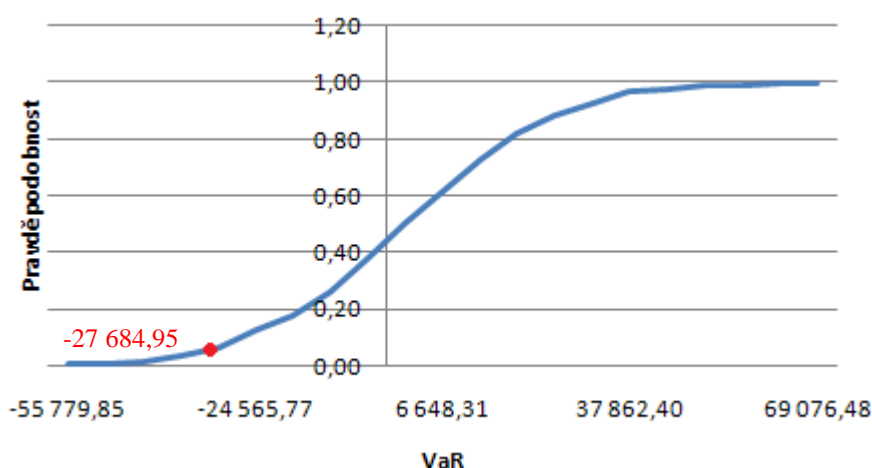
Tab. 4.11 Struktura portfolia listopad 2009

Název	Struktura portfolia x	Absolutní vyjádření
ČEZ	131,38%	197 070,34
Erste Group bank	-100,00%	-150 000,00
Komerční banka	84,90%	127 346,88
Telefónica O2 C.R.	77,17%	115 757,32
Unipetrol	-100,00%	-150 000,00
Transakční náklady	6,55%	9 825,46
$E(R_p)$	4,34%	6 514,65
$\sigma^2(R_p)$	0,0166	2 492,49
$\sigma(R_p)$	12,89%	19 335,81

Jak z Tab. 4.11 vyplývá, investor by měl stejně jako v předchozím měsíci, uplatnit možnost krátkého prodeje u akcií společnosti Erste Group bank a Unipetrol, a to ve výši 100 %, tj. 150 000 Kč. Největší podíl na portfoliu (131,38 %) drží stále akcie společnosti ČEZ, u nichž se doporučuje investice ve výši 197 070,34 Kč. Naopak u akcií Komerční banky by měl investor snížit podíl v portfoliu z 87,58 % na 84,90 %. K největší změně podílu došlo v případě akcií společnosti Telefónica O2 C.R., u nichž byl v říjnu uplatněn krátký prodej a nyní se doporučuje investice ve výši 115 757,32 Kč, tj. 77,17 %. Struktura portfolia je doplněna o transakční náklady, které zaujímají podíl 6,55 %, což představuje odčerpání finančních prostředků portfolia ve výši 9 825,46 Kč. Výnos portfolia se očekává ve výši 4,34 % při riziku 12,89 %.

Po sestavení portfolia je vypočtena ze simulovaných výnosů portfolia pro měsíc listopad hodnota ztráty portfolia na hladině pravděpodobnosti 5 %. Postup výpočtu je stejný jak v předchozím měsíci. Průběh distribuční funkce VaR je zobrazen v Obr. 4.18.

Obr. 4.18 Distribuční funkce VaR listopad 2009



Hodnota VaR v měsíci listopadu je vypočtena ve výši 27 684,95 Kč, a tedy s pravděpodobností 5 % bude ztráta větší nebo rovna této částce a se stejnou pravděpodobností bude zisk menší nebo roven částce -27 684,95 Kč.

Na začátku prosince je provedena další revize portfolia a opět dochází ke změnám v jeho složení. Struktura portfolia pro měsíc prosinec včetně očekávaného výnosu, rozptylu a směrodatné odchylky je uvedena v následující tabulce.

Tab. 4.12 Struktura portfolia prosinec 2009

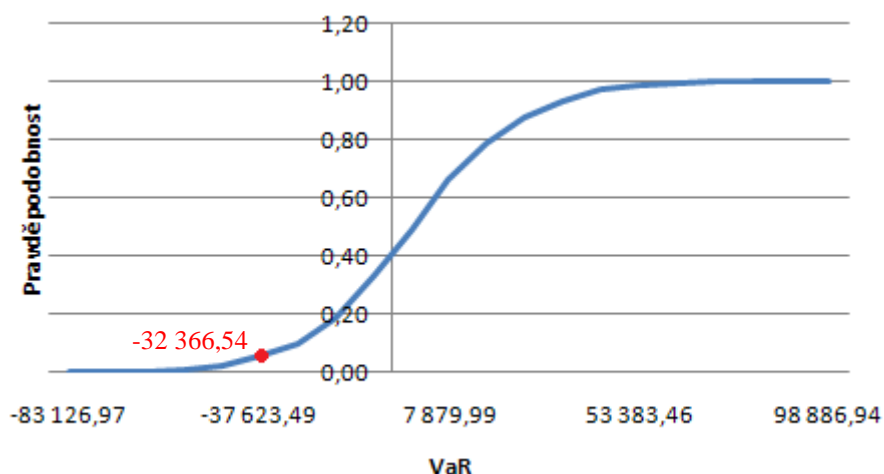
Název	Struktura portfolia x	Absolutní vyjádření
ČEZ	207,01%	310 512,72
Erste Group bank	-100,00%	-150 000,00
Komerční banka	116,60%	174 898,82
Telefónica O2 C.R.	-32,19%	-48 277,95
Unipetrol	-100,00%	-150 000,00
Transakční náklady	8,58%	12 866,41
$E(R_p)$	4,61%	6 913,15
$\sigma^2(R_p)$	0,0196	2 933,86
$\sigma(R_p)$	13,99%	20 978,05

Akcie společnosti Erste Group bank a Unipetrol si stále udržují pozici v krátkém prodeji ve výši 100 %, tj. 150 000 Kč. Investor by měl posílit podíl v portfoliu akcií společnosti ČEZ, který by měl být navýšen ze 131,38 % na 207,01 %. Částka investovaná do

těchto akcií by měla odpovídat hodnotě 310 512,72 Kč. Podíl by měl investor navýšit také u akcií Komerční banky a to z 84,90 % na 116,60 %, což odpovídá investici v hodnotě 174 898,82 Kč. Naopak v případě akcií společnosti Telefónica O2 C.R., by měl investor uplatnit krátký prodej a to ve výši 32,19 %, tj. 48 277 95 Kč. Vlivem výraznějších změn ve struktuře portfolia došlo k navýšení transakčních nákladů, jejichž podíl vzrostl na 8,58 % a odpovídá částce 12 866,41 Kč. V případě prosincového portfolia se očekává výnos ve výši 4,61 % při podstoupení rizika ve výši 13,99 %.

Vypočtena struktura portfolia je doplněna o výpočet hodnoty ztráty. V následujícím grafu je zachycen vývoj distribuční funkce VaR portfolia.

Obr. 4.19 Distribuční funkce VaR prosinec 2009



Predikovaná ztráta bude s pravděpodobností 5 % větší nebo rovna 32 366,54 Kč a naopak výnos portfolia se stejnou pravděpodobností bude menší nebo roven -32 366,54 Kč.

Jelikož konec investičního procesu je stanoven na 31. ledna 2010, poslední revize portfolia je provedena právě na začátku tohoto měsíce. Stejně jako v případě předchozích 3 portfolií, je struktura portfolia včetně jeho očekávaného výnosu, rozptylu a směrodatné odchylky zachycena v tabulce (Tab. 4.13).

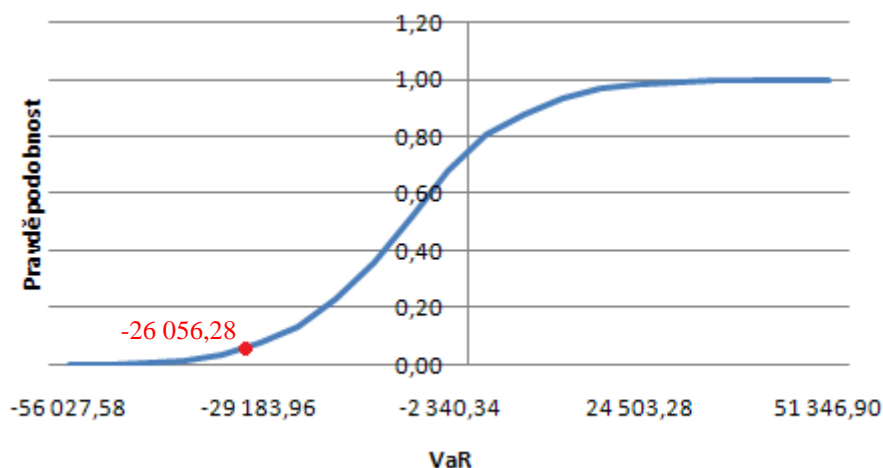
Tab. 4.13 Struktura portfolia leden 2010

Název	Struktura portfolia x	Absolutní vyjádření
ČEZ	179,47%	269 212,18
Erste Group bank	-100,00%	-150 000,00
Komerční banka	87,59%	131 390,09
Telefónica O2 C.R.	27,27%	40 906,47
Unipetrol	-100,00%	-150 000,00
Transakční náklady	5,66%	8 491,26
$E(R_p)$	3,64%	5 455,62
$\sigma^2(R_p)$	0,0167	2 504,69
$\sigma(R_p)$	12,92%	19 383,09

Jak z Tab. 4.13 vyplývá, ani v měsíci lednu nedochází ke změnám u akcií společnosti Erste Group bank a Unipetrol. Investor by měl u těchto akcií i v posledním měsíci uplatnit krátký prodej ve výši 100 %. Ke změně podílu by mělo dojít u akcií společnosti ČEZ, investor by měl snížit jejich podíl z 207,01 % na 179,47 %, což představuje částku 269 212,18 Kč. Investor by měl rovněž snížit podíl akcií Komerční banky z 116,60 % na 87,59 % a investovat do těchto akcií částku 131 390,09 Kč. U akcií společnosti Unipetrol, by investor již neměl uplatňovat krátký prodej, ale měl by do nich vložit prostředky ve výši 40 906,47 Kč, což představuje podíl v portfoliu ve výši 27,27 %. Výše transakčních nákladů odpovídá hodnotě 8 491,26 Kč, což představuje podíl na portfoliu ve výši 5,66%. V porovnání s hodnotou transakčních nákladů v předchozím měsíci, lze pozorovat jejich snížení. Ke snížení by mělo dojít také u výnosu portfolia, který se očekává ve výši 3,64 %, tomu odpovídá riziko ve výši 12,92 %.

Také v posledním měsíci je vypočtena struktura doplněna o výpočet hodnoty VaR, která je zjištěna ze simulovaných výnosů portfolia na měsíc leden. Průběh distribuční funkce ztráty portfolia je zobrazen v následujícím grafu.

Obr. 4.20 Distribuční funkce VaR leden 2010



V tomto měsíci je VaR ve výši 26 056,28 Kč, což znamená, že predikovaná ztráta bude s pravděpodobností 5 % vyšší nebo rovna 26 056,28 Kč, nebo že výnos portfolia bude menší nebo roven částce -26 056,28 Kč.

4.5 Shrnutí výsledků

V předchozích podkapitolách (4.3 a 4.4) byla sestavena optimální portfolia akcií pro rizikově averzního investora. Pro investování bylo vybráno 5 akciových titulů, které patří k nejvýznamnějším na českém kapitálovém trhu, a to akcie společností ČEZ, Erste Group bank, Komerční banka, Telefónica O2 C.R. a Unipetrol. Nejprve bylo sestaveno portfolio pro první měsíc (říjen) a v následujících třech měsících (listopad až leden) byla provedena vždy na začátku měsíce revize spojená s restrukturalizací daného portfolia. Při provádění restrukturalizace portfolia byly zohledněny také transakční náklady, které byly součástí hodnoty portfolia. Dalším požadavkem při sestavování portfolia byla možnost omezeného krátkého prodeje jednotlivých aktiv.

4.5.1 Navržená strategie

Podle uvedených požadavků bylo sestaveno optimální portfolio, jehož složení pro jednotlivé měsíce je zachyceno v následující tabulce.

Tab. 4.14 Struktura portfolia v jednotlivých měsících

Název	10/2009	11/2009	12/2009	01/2010
ČEZ	212,90%	131,38%	207,01%	179,47%
Erste Group bank	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%
Komerční banka	87,58%	84,90%	116,60%	87,59%
Telefónica O2 C.R.	-0,48%	77,17%	-32,19%	27,27%
Unipetrol	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%
Transakční náklady	0,00%	6,55%	8,58%	5,66%
$E(R_p)$	3,64%	4,34%	4,61%	3,64%
$\sigma(R_p)$	13,85%	12,89%	13,99%	12,92%

Z uvedené tabulky vyplývá, že v měsíci říjnu by měl investor vložit prostředky do akcií společnosti ČEZ (212,90 %) a Komerční banka (87,58 %). Možnost krátkého prodeje by měl uplatnit u akcií společnosti Erste Group bank (100 %), Unipetrol (100 %) a Telefónica O2 C.R. (0,48 %). Jelikož se jedná o sestavení prvního portfolia, nejsou zde zahrnuty transakční náklady. Očekávaný výnos portfolia je 3,64 % s rizikem 13,85 %.

Na začátku měsíce listopadu musela být provedena první revize portfolia. I v tomto měsíci by měly být investovány prostředky do akcií společnosti ČEZ (131,38 %) a Komerční banka (84,90 %). Změnu oproti předchozímu měsíci představují akcie společnosti Telefónica O2 C.R., u nichž byl v říjnu uplatněn krátký prodej a v tomto měsíci se doporučuje investovat do těchto akcií ve výši 77,17 %. U akcií společnosti Erste Group bank a Unipetrol by měl investor opět uplatnit krátký prodej. Transakční náklady spojené s restrukturalizací portfolia zaujímají podíl ve výši 6,55 %. Výnos portfolia se očekává ve výši 4,34 % při riziku 12,89 %.

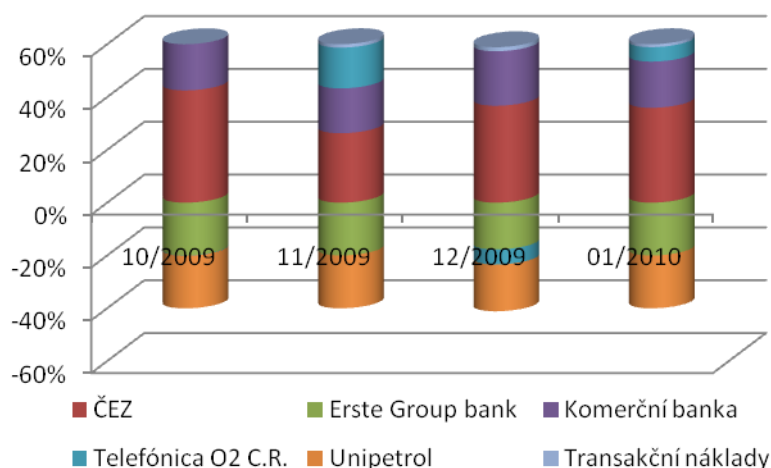
Další revize portfolia proběhla na začátku prosince. Ani v tomto měsíci nedochází k výraznějším změnám ve struktuře portfolia. Akcie společnosti ČEZ tvoří podíl ve výši 207,01 % a Komerční banky 116,60 %. K jediné změně dochází pouze u akcií společnosti Telefónica O2 C.R., u nichž se doporučuje stejně jako v prvním měsíci uplatnit krátký prodej. Krátký prodej se týká také akcií společnosti Erste Group bank a Unipetrol. Z celkové hodnoty portfolia odčerpávají transakční náklady podíl ve výši 8,58 %. Celkový výnos portfolia se předpokládá ve výši 4,61 % při podstoupení rizika ve výši 13,99 %.

Měsíc leden představuje poslední měsíc revize portfolia. Opět se doporučuje investice do akcií společnosti ČEZ (179,47 %) a Komerční banky (87,59 %). Podíl akcií společnosti

Telefónica O2 C.R. se dostává z krátkého prodeje do kladných hodnot a pro měsíc leden se doporučuje investice do těchto akcií ve výši 27,27 %. Stejně jako v předcházejících třech měsících nedochází u akcií společnosti Erste Group bank a Unipetrol k žádným změnám. U obou druhů akcií by měl být uplatněn krátký prodej ve výši 100 %. Podíl transakčních nákladů odpovídá výši 5,66 %. Při riziku 12,92 % by portfolio mělo dosáhnout výnosu 3,64 %.

Pro možnost srovnání je struktura portfolia v jednotlivých měsících zobrazena v následujícím grafu.

Obr. 4.21 Struktura portfolia v jednotlivých měsících



Z Obr. 4.21 je patrné, že majoritní podíl v portfoliu zaujímají akcie společnosti ČEZ. Po celou dobu životnosti portfolia nedochází k výraznějším změnám ve výši podílu ČEZu. Pouze v měsíci listopadu zaznamenává menší pokles, ale v následujícím období dochází opět k jeho navýšení. Druhý největší podíl v portfoliu patří akciím společnosti Komerční banka. Stejně jak v případě podílu akcií ČEZu, dochází i u akcií Komerční banky v listopadu ke snížení podílu, aby v následujícím měsíci opět vzrostl. Za nejrozkolísanější lze označit podíl akcií společnosti Telefónica O2 C.R, u nichž je v říjnu a prosinci uplatněn krátký prodej, zatímco v listopadu zaujímají v portfoliu poměrně velký kladný podíl. Výraznější podíl akcií společnosti Telefónica lze pozorovat také v posledním měsíci. U akcií společnosti Erste Group bank a Unipetrol je po celou dobu životnosti portfolia uplatněn krátký prodej v plné výši.

Poslední složku portfolia představují transakční náklady, které se objevují až od druhého měsíce, tj. listopadu. Jejich podíl je poměrně stabilní, pouze v měsíci prosinci lze pozorovat jejich mírné navýšení z 6,55 % na 8,55 %. Tento nárůst byl způsoben většími změnami ve struktuře portfolia, zejména provedením nákupu dalších akcií ČEZu a navýšením tak jejich podílu o 71 %, a dále provedením prodeje na krátko akcií společnosti Telefónica O2 C.R. Jejich podíl v portfoliu se tak změnil o 112 %. V měsíci lednu již k takto razantním změnám nedochází, proto je podíl transakčních nákladů 5,66 %. Celková výše nákladů odpovídá hodnotě 31 183,13 Kč, což představuje 20,79 % původní částky (150 000 Kč).

Vývoj veličiny Value at Risk, která vyjadřuje hodnotu ztráty na hladině pravděpodobnosti 5 %, je zachycen v následující tabulce.

Tab. 4.15 Vývoj VaR říjen 2009 až leden 2010

	10/2009	11/2009	12/2009	01/2010
VaR	30 567,68	27 684,95	32 366,54	26 056,28

Hodnota Value at Risk se pohybuje od 26 056,28 Kč do 32 366,54 Kč, a tedy s pravděpodobností 5 % by předpokládaná ztráta investice neměla přesáhnout 33 000 Kč. Nejvyšší hodnoty nabývá VaR v měsíci prosinci, a to 32 366,54 Kč. Naopak v měsíci lednu by ztráta neměla být vyšší než 26 056,28 Kč.

4.5.2 Skutečné hodnoty

Na závěr je provedeno porovnání celkového očekávaného výnosu s výnosem, který by investor skutečně získal, pokud by investoval podle výše navržené strategie. Hodnoty výnosů jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.16 Srovnání skutečného a očekávaného celkového výnosu

		10/2009	11/2009	12/2009	01/2010	Σ
Skutečný výnos	abs.	379,08	-8 910,71	5 090,10	13 174,92	9 733,39
	relativ.	0,25%	-5,94%	3,39%	8,78%	6,49%
Očekávaný výnos	abs.	5 467,20	6 514,65	6 913,15	5 455,62	24 350,62
	relativ.	3,64%	4,34%	4,61%	3,64%	16,23%

Z Tab. 4.16 je patrné, že skutečné výnosy dosahují nižších hodnot než očekávané. Pouze v posledním měsíci skutečné výnosy předčily očekávání a místo 5 455,62 Kč dosáhly hodnoty 13 174,92 Kč. Celkový výnos investice se očekával ve výši 24 350,62, tj. 16,23 %. Ve skutečnosti by výnos investora činil 9 733,39 Kč (6,49 %).

5. Závěr

Cílem této práce bylo sestavit optimální portfolio aktiv pro rizikově averzního investora a následně provést vždy na začátku měsíce po dobu tří měsíců restrukturalizaci portfolio tak, aby bylo zajištěno optimální složení portfolio včetně zahrnutí transakčních nákladů spojených s danou restrukturalizací.

Celá práce je rozdělena na dvě části – část teoretickou a část praktickou. V teoretické části jsou charakterizována finanční aktiva a jsou popsány jednotlivé stochastické procesy, které se využívají pro predikci náhodného vývoje hodnoty jak aktiv, tak portfolio. Součástí teoretické části je také popis investičního procesu včetně modelů tvorby optimálního portfolio finančních aktiv. Praktická část obsahuje proces sestavení optimálního portfolio akcií, který se skládá z predikce parametrů akcií, simulace kurzů akcií a následného stanovení optimálního portfolio. Proces je dovršen revizí portfolio, provedenou vždy na počátku měsíce po dobu tří měsíců.

Portfolio bylo sestaveno z 5 akciových titulů dle požadavků investora uvedených v úvodu čtvrté kapitoly. Nejprve byla provedena volba vhodného modelu, který byl následně použit pro predikci parametrů (očekávaného výnosu a směrodatné odchylky) jednotlivých akcií na bázi simulace náhodného vývoje. Pro predikci akcií společnosti Unipetrol byl použit geometrický Brownův proces, parametry ostatních akcií byly predikovány pomocí aritmetického Brownova procesu. Po provedení predikce bylo patrné, že největší výnos lze očekávat u akcií společnosti ČEZ, naopak nejnižší u akcií Erste Group bank, u kterých se zároveň očekávalo nejvyšší riziko. Porovnáním skutečného a očekávaného výnosu jednotlivých akcií, bylo zjištěno, že predikci lze považovat za úspěšnou v případě akcií ČEZu a Komerční banky. V těchto případech se skutečné hodnoty tolik nelišily od očekávaných, jak u ostatních tří akcií.

Majoritní podíl v portfoliu zaujímaly po celou dobu jeho životnosti akcie společnosti ČEZ. Druhý největší podíl patřil akciím Komerční banky. Za nejrozkolísanější lze označit podíl akcií společnosti Telefónica O2 C.R., jehož výše střídavě dosahovala kladných a záporných hodnot, zatímco u akcií společnosti Unipetrol a Erste Group bank se po celou dobu doporučovalo uplatnit krátký prodej. Poslední složku portfolio představují transakční náklady, které se ve struktuře portfolio objevily od druhého měsíce (listopadu). K výraznější změně

jejich podílu v portfoliu došlo v měsíci prosinci. Tato změna byla způsobena prováděním větších změn ve struktuře portfolia.

Dále byla vypočtena hodnota veličiny Value at Risk, která se po celou dobu životnosti portfolia pohybovala v rozmezí 26 000 Kč až 33 000 Kč. Lze tedy říct, že s pravděpodobností 5 % bude ztráta investora větší než tato hodnota a zisk menší než -33 000 Kč.

Po vypočtení celkového výnosu portfolia bylo zjištěno, že investor může dosáhnout při zahrnutí transakčních nákladů výnosu 16,23 %, tj. 24 350,62 Kč. Hodnota transakčních nákladů je 31 183,13 Kč. (tj. 20,79 % původní částky). Následně byl zjištěn skutečný celkový výnos portfolia, kterého by investor dosáhl, pokud by investoval podle výše navrženého scénáře, a který odpovídá hodnotě 6,49 %, tj. 9 733,39 Kč. Porovnáním těchto dvou výnosů lze konstatovat, že skutečný výnos, je značně nižší než se předpokládal. Příčiny vzniklého rozdílu lze vidět hlavně v samotné predikci vývoje kurzů akcií a s nimi souvisejících výnosů. Predikce vývoje kurzů představuje poměrně složitý a obtížný proces a ne vždy se očekávání sejdou se skutečností.

Seznam literatury

- [1] DLUHOŠOVÁ, D. *Finanční řízení a rozhodování*. 1. vyd. Praha: Ekopress, 2006. 191 s. ISBN 80-86119-58-0.
- [2] FABOZZI, F. J.; FOCARDI, S. M.; KOLM, P. N. *Financial modeling of the equity market: from CAPM to cointegration*. Hoboken: Wiley, 2006. 651 s. ISBN 0-471-69900-4.
- [3] GLADIŠ, D. *Naučte se investovat*. 2. rozš. vyd. Praha: Grada Publishing, 2005. 174 s. ISBN 80-247-1205-9.
- [4] JÍLEK, J. *Finanční trhy*. 1. vyd. Praha: Grada, 1997. 527 s. ISBN 80-7169-453-3.
- [5] LEE, CH. F. *Advances in investment analysis and portfolio management*. 3th ed. Greenwich: JAI Press, 1995. 309 s. ISBN 1-55938-765-3.
- [6] LEVY, H.; SARNAT, M. *Capital investment and financial decisions*. 4th ed. New York: Prentice Hall, 1990. 711 s. ISBN 0-13-115569-5.
- [7] MUSÍLEK, P. *Finanční trhy: instrumenty, instituce a management*. 1. přeprac. vyd. Praha: VŠE Praha, 1996. 418 s. ISBN 80-7079-726-6.
- [8] POLÁCH, J. *Kapitálové trhy*. Ostrava: VŠB- Technická univerzita Ostrava, 2002. 367 s. ISBN 80-278-0134-5.
- [9] RADOVÁ, J.; DVOŘÁK, P.; MÁLEK, J. *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualiz. vyd. Praha: Grada Publishing, 2009. 293 s. ISBN 978-80-247-3291-6.
- [10] REJNUŠ, O. *Teorie a praxe obchodování s cennými papíry*. 1. vyd. Praha: Computer Press, 2001. 257 s. ISBN 80-7226-571-7.
- [11] SEKERKA, B. *Cenné papíry a kapitálový trh*. Praha: Profess, 1996. 179 s. ISBN 80-85235-41-2.
- [12] SHARPE, W. F.; ALEXANDER, G. J. *Investice*. 4. vyd. Praha: Victoria Publishing, 1994. 699 s. ISBN 80-85605-47-3.
- [13] ZMEŠKAL, Z. a kol. *Finanční modely*. 2. vyd. Praha: Ekopress, 2004. 236 s. ISBN 8086119-87-4.

Internetové zdroje

- | | |
|--|-----------------------------------|
| [1] www.bcpp.cz | Burza cenných papírů Praha, a. s. |
| [2] www.finance.cz | Finance |
| [3] www.fio.cz | Finanční skupina Fio, a. s. |

Seznam použitých zkratk

VaR	Value at Risk
BCPP	Burza cenných papírů Praha, a. s.
LIFO	London Interbank Offered Rate
FRA	Forward Rate Agreement

Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č.121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 30. dubna 2010

.....
Tereza Holomková

Adresa trvalého pobytu studenta:

Markova 16, 700 30 Ostrava

Seznam příloh

Příloha č. 1

Měsíční kurzy akcií za období od 1.9.2006 do 4.1.2010